O ENSINO DE MATEMÁTICA EM QUESTÃO

Apontamentos para discussão e implementação do Currículo da Cidade

Volume 1

CIDADE DE SÃO PAULO
EDUCAÇÃO

PREFEITURA DA CIDADE DE SÃO PAULO
Bruno Covas
Prefeito

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
Bruno Caetano
Secretário Municipal de Educação

Daniel Funcia de Bonis
Secretário Adjunto

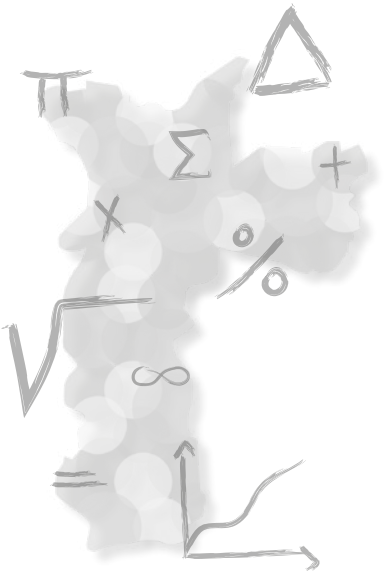
Pedro Rubez Jeha
Chefe de Gabinete

Secretaria Municipal de Educação de São Paulo

O ENSINO DE MATEMÁTICA EM QUESTÃO

Apontamentos para discussão e implementação do Currículo da Cidade

Volume 1



São Paulo, 2019

COORDENADORIA PEDAGÓGICA - COPED
Minéa Paschoaleto Fratelli
Coordenadora

NÚCLEO TÉCNICO DE CURRÍCULO - NTC
Wagner Barbosa de Lima Palanch
Diretor

EQUIPE TÉCNICA - NTC
Claudia Abrahão Hamada
Clodoaldo Gomes Alencar Junior
Patricia Ferreira da Silva
Viviane Aparecida Costa

COORDENAÇÃO GERAL
Wagner Barbosa de Lima Palanch

CONCEPÇÃO E ELABORAÇÃO DE TEXTOS
Edda Curi

LEITORES CRÍTICOS
Suzete de Souza Borelli
Priscila Bernardo Martins

PROJETO EDITORIAL

CENTRO DE MULTIMEIOS
Magaly Ivanov - Coordenadora

NÚCLEO DE CRIAÇÃO E ARTE
Ana Rita da Costa
Angélica Dadario - Projeto e editoração
Cassiana Paula Cominato
Fernanda Gomes Pacelli

Revisão
Roberta Cristina Torres da Silva

Esta publicação tem a cooperação da UNESCO e da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo no âmbito da parceria PRODOC 914 BRZ 1147, cujo objetivo é fortalecer a governança da Educação no Município de São Paulo por meio de ações de inovações à qualidade educativa e à gestão democrática.
As indicações de nomes e a apresentação do material ao longo deste relatório não implicam a manifestação de qualquer opinião por parte da UNESCO a respeito da condição jurídica de qualquer país, território, cidade, região ou de suas autoridades, tampouco da delimitação de suas fronteiras ou limites.
As ideias e opiniões expressas nesta publicação são as dos autores e não refletem obrigatoriamente as da UNESCO nem comprometem a Organização.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica.

O ensino de matemática em questão : apontamentos para discussão e implementação do Currículo da Cidade – São Paulo : SME / COPED, 2019.
(Coleção O Ensino de Matemática em Questão; v.1)

68p. : il.

Bibliografia

1.Ensino Fundamental 2.Aprendizagem 3.Matemática I.Título

CDD 372

Código da Memória Documental: SME46/2019
Elaborado por Patrícia Martins da Silva Rede – CRB-8/5877

Qualquer parte desta publicação poderá ser compartilhada (cópia e redistribuição do material em qualquer suporte ou formato) e adaptada (remixe, transformação e criação a partir do material para fins não comerciais), desde que seja atribuído crédito apropriadamente, indicando quais mudanças foram feitas na obra. Direitos de imagem, de privacidade ou direitos morais podem limitar o uso do material, pois necessitam de autorizações para o uso pretendido.
A Secretaria Municipal de Educação de São Paulo recorre a diversos meios para localizar os detentores de direitos autorais a fim de solicitar autorização para publicação de conteúdo intelectual de terceiros, de forma a cumprir a legislação vigente. Caso tenha ocorrido equívoco ou inadequação na atribuição de autoria de alguma obra citada neste documento, a SME se compromete a publicar as devidas alterações tão logo seja possível.

Disponível também em: <http://portalsme.prefeitura.sp.gov.br>

Apresentação

A implementação curricular é um processo que requer um intenso envolvimento de diversos atores, dentre eles professores e formadores. Preocupados com o conhecimento desses profissionais acerca dos Materiais Curriculares da Rede Municipal de Ensino de São Paulo e objetivando provocar reflexões sobre o ensino da Matemática, a UNESCO e a Secretaria Municipal de Educação desenvolveram a pesquisa "Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública municipal de São Paulo".

Tendo em vista viabilizar um currículo em ação, o Núcleo Técnico de Currículo organizou os resultados desta pesquisa que ora se apresenta: "O Ensino da Matemática em questão: apontamentos para discussão e implementação do Currículo da Cidade". Trata-se de um documento, estruturado em três volumes, que possibilita ao leitor acessar as concepções de professores e formadores sobre o Currículo, apontando alguns caminhos possíveis para a implementação do Currículo da Cidade: Matemática.

Ao apresentar reflexões e discussões acerca das concepções e orientações do Currículo da Cidade: Matemática, este material permite uma maior compreensão das concepções que sustentam as práticas docentes, isto é, a relação, as crenças e o ensino que professores e formadores possuem em relação à Matemática, bem como os conhecimentos sobre os documentos curriculares da Rede.

Como resultado, temos também subsídios para estudos e discussões sobre a gestão da sala de aula, o planejamento e a permanente necessidade de reflexão sobre a prática, apoiando docentes, formadores e demais interessados na melhoria da qualidade da educação ofertada.

Diante da complexidade do trabalho desenvolvido no cotidiano da sala de aula e dos desafios que se impõem perante a atuação docente, esperamos que esta coletânea de textos possibilite que novos percursos sejam construídos, pautados na necessidade premente da garantia de aprendizagem de todos os estudantes.

Bom trabalho!

Bruno Caetano
Secretário Municipal de Educação

Organização da Coleção

Esta coleção de documentos com o título O Ensino de Matemática em questão: apontamentos para discussão e implementação do Currículo da Cidade foi produzida com base nos resultados de pesquisa com professores da Rede Municipal de Ensino de São Paulo que participam do Projeto da UNESCO: Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública municipal de São Paulo sob a responsabilidade da pesquisadora Edda Curi. Esse conjunto de documentos está organizado em 3 volumes, tem por objetivo principal subsidiar discussões na Rede que possibilitem maior compreensão por parte dos professores e formadores em relação às concepções que embasam o referido currículo e algumas possibilidades para sua implementação.

Os cinco primeiros textos, correspondentes ao volume 1, discutem as concepções e orientações do Currículo da Cidade: Matemática.

Os referidos textos foram elaborados com base em pesquisas da área de Educação Matemática, principalmente as que discutem a organização curricular como rede de significados, e em discussões realizadas sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de Matemática, na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em congressos e em outros veículos de comunicação, além de algumas análises e apontamentos presentes no Currículo da Cidade: Matemática. Além disso, para a concepção dos textos foram usados resultados da pesquisa que vem sendo realizada com professores da Rede Municipal de Ensino de São Paulo. Com isto, pretende-se subsidiar discussões na Rede que possibilitem maior compreensão por parte dos professores em relação às concepções que embasam o referido currículo e algumas possibilidades para sua implementação.

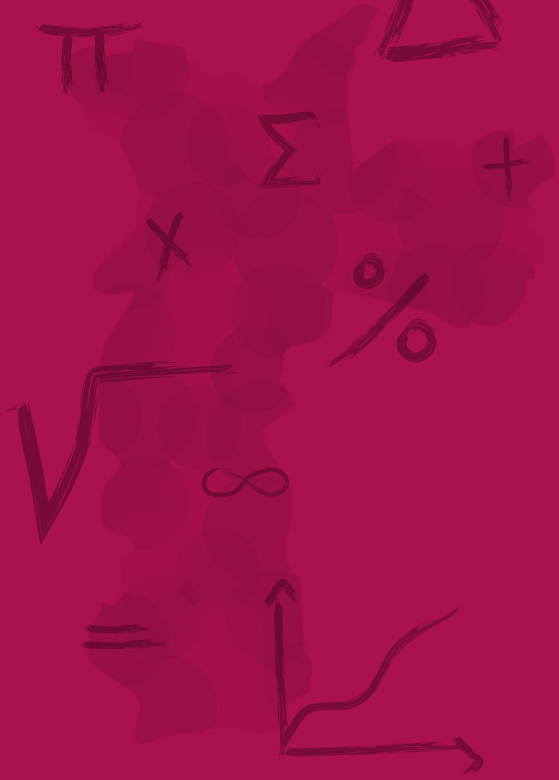
O volume 2 discute uma metodologia de formação de professores denominada Estudo de Aula, além de textos sobre a gestão de aula, a importância do planejamento, da reflexão sobre a prática e algumas possibilidades de construção de grupos colaborativos no âmbito de escolas e DREs.

O volume 3 apresenta relatórios comentados de professores participantes do projeto com implementação de sequências de ensino propostas no Caderno de Saberes, de ODS nas aulas de Matemática e de pequenas redes de significados agregando Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento dos vários eixos.

Esperamos que esse conjunto de textos possa contribuir para maior compreensão e reflexão sobre o Currículo da Cidade: Matemática, para sua implementação e para melhoria das aprendizagens matemáticas dos estudantes da Rede Municipal de Ensino de São Paulo.

Wagner Barbosa de Lima Palanch

Diretor do Núcleo Técnico de Currículo



Aos professores de Matemática
e gestores da Rede Municipal de
Ensino de São Paulo que são parte
de nossa história. A participação
desse grupo em nossa pesquisa
muito contribuiu para a construção
deste conjunto de documentos.

Sumário

Alguns apontamentos sobre o
Currículo da Cidade: Matemática..... 11

Alguns mitos do senso comum sobre a Matemática
e suas consequências para o ensino 21

Sobre Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento
e ideias fundamentais da Matemática 31

Tipos de raciocínio matemático e ideias fundamentais..... 43

Um currículo em rede de significados:
eixos estruturantes e eixos articuladores..... 55

Referências 67

Foto: Daniel Cunha / FOVE / CM / COPED / SME

Alguns apontamentos sobre o Currículo da Cidade: Matemática

Este texto foi elaborado a partir dos resultados da pesquisa feita com os professores que participam do Projeto citado na abertura do volume 1 deste documento, principalmente os instrumentos de pesquisa 1, 3 e 4 que permitem identificar relações dos professores com a Matemática, suas crenças sobre a Matemática e seu ensino e sobre os conhecimentos dos participantes em relação aos documentos curriculares.

Introdução

Uma preocupação no processo de concepção, divulgação, discussão e implementação do Currículo da Cidade: Matemática (2017) é que este documento não fique restrito às duas percepções de currículo propostas por Sacristán, ou seja, não se limite ao currículo prescrito e ao currículo avaliado, mas que possa efetivamente contribuir para o currículo realizado em sala de aula, na construção das aprendizagens matemáticas dos estudantes, e que influencie efetivamente no currículo concebido pelos professores e no currículo em ação.

Segundo Sacristán (2013), há várias instâncias curriculares em que o currículo pode se desdobrar. Para este autor, o **currículo prescrito** é aquele elaborado por órgãos oficiais para ser implementado em uma determinada rede de ensino. O **currículo apresentado** refere-se aos materiais curriculares (livros didáticos, apostilas, materiais de apoio) baseados no currículo prescrito e "traduzem" este currículo aos professores. Já o **currículo moldado** é aquele idealizado por professores no planejamento, a partir do currículo prescrito e do currículo apresentado.

Outra instância definida pelo autor é o **currículo em ação**, ou seja, aquele efetivamente trabalhado em sala de aula, que deve estar de acordo com as outras

instâncias, mas que deve ser adaptado aos estudantes da escola real em que o professor atua. E, por fim, o autor considera o **currículo avaliado** como aquele que, por meio de avaliações externas (avaliação de sistema) ou internas (idealizadas pelos professores), revela as aprendizagens curriculares dos estudantes.

O Currículo da Cidade: Matemática

Por essa categorização proposta por Sacristán (2013), o Currículo da Cidade: Matemática está alocado na instância do currículo prescrito, nesse caso, na Rede Municipal de Ensino de São Paulo, mas foi organizado a partir de documentos curriculares já existentes na referida Rede e com base na 3ª versão da BNCC.

O Currículo da Cidade: Matemática apresenta várias mudanças em relação aos currículos existentes, tanto na estruturação dos temas matemáticos, na descrição dos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, como na incorporação das ideias fundamentais da Matemática e, ainda, uma divisão dos objetos de conhecimento (conteúdos) a serem estudados em eixos estruturantes e eixos articuladores. Sua consecução, porém, implica em políticas de formação continuada voltadas à aprendizagem matemática de todos que estão na escola, considerando o fato essencial da diversidade nos processos de produzir e aprender Matemática, desde os primeiros anos de vida.

Desse modo, é importante discutir, conceber e difundir este currículo, no sentido de promover avanços nas práticas de professores que ensinam Matemática.

O referido documento considera que a Matemática é um conjunto de ideias que permite analisar fenômenos e situações da realidade para obter informações e conclusões que não estão explícitas; possibilita a obtenção de modelos, relações, padrões e regularidades, de forma a conhecer a realidade, tendo por base que a Matemática não é um fim em si mesmo, mas deve ser considerada na perspectiva de meios para instrumentalizar ações na busca de realização de projetos pessoais, sociais e coletivos.

Assim, como a BNCC considera que na escola o foco não é o ensino de conteúdo, mas o desenvolvimento de competências e habilidades, no Currículo da Cidade houve a preocupação de que a escola não se organizasse em função de conteúdos, fragmentando o conhecimento, superestimando atividades tecnicistas com poucos significados aos temas estudados.

O papel da Matemática no Ensino Fundamental

A Matemática exerce duas funções muito importantes que são indissociáveis: tem um caráter prático e utilitário; mas que também permite o desenvolvimento do raciocínio lógico, dedutivo, indutivo, abdutivo ou relacional.

Cabe destacar a diferença entre pensamento e raciocínio. O raciocínio é limitado apenas à produção de pensamento consciente, por exemplo, a utilização da lógica. Já o pensamento nem sempre é lógico e nem sempre é consciente.

Raciocínio lógico é um processo de estruturação do pensamento de acordo com as normas da **lógica** que permite chegar a uma determinada conclusão ou resolver um problema. O raciocínio lógico requer consciência e capacidade de organização do pensamento.

O **raciocínio dedutivo** é um processo lógico em que uma conclusão é baseada na concordância de múltiplas premissas que geralmente são consideradas verdadeiras. Está relacionado ao pensamento analítico, também chamado de convergente, que é o pensamento que busca analisar várias informações em busca de convergir em direção a um único resultado. Vai do geral para o específico.

Por outro lado, o **raciocínio indutivo**, às vezes, é referido como lógica ascendente. Enquanto o raciocínio dedutivo prossegue das premissas gerais para uma conclusão específica, o raciocínio indutivo passa de premissas específicas para uma conclusão geral. Está relacionado ao método empírico que significa obter conhecimento principalmente por meio da experimentação e da observação e tem como resultado uma possibilidade de ser verdade. Vai do específico para o geral.

O **raciocínio abdutivo** atua entre os dois anteriores, o que sempre busca 100% da confiabilidade e o que busca 100% da validez. É um meio termo que utiliza características de ambos para concluir a melhor explicação para algo. A melhor explicação é diferente da melhor probabilidade. A abdução possui um caráter explicativo e intuitivo, procura concluir a melhor explicação usando o repertório e não a melhor probabilidade matemática. Busca a validez como o raciocínio indutivo e a melhor explicação possível, como a dedução busca a verdade. Produz criatividade e inovação, por ser a única lógica que introduz uma nova ideia.

O **raciocínio relacional** é a capacidade de estabelecer relações entre os números e os símbolos, tendo em conta as propriedades que estão subjacentes. Desenvolve-se por meio da compreensão do funcionamento e da estrutura das relações.

Quanto ao caráter prático, utilitário, a Matemática está a serviço das necessidades cotidianas, e para o estudo de outras áreas que utilizam conhecimentos matemáticos como ferramentas. Quanto ao caráter intelectual, ela permite desenvolver o lado investigativo e especulativo da atividade matemática, em que a elaboração de conjecturas, de argumentações, de generalizações se destaca, além da constituição de valores estéticos, seu caráter lúdico e recreativo.

Há uma preocupação no documento com o letramento matemático, considerado como a capacidade individual de interpretar a Matemática em uma variedade de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente utilizando conceitos e procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, analisar e predizer fenômenos.

A abordagem da Matemática no Currículo da Cidade

A abordagem da Matemática se difere nos anos iniciais e nos anos finais do Ensino Fundamental. Nos anos iniciais, a Matemática está impregnada de valores potencializados pela escola, com conceitos em início de construção, organização das gêneses de procedimentos resolutivos de situações de quantificações. Nos anos finais, os processos indutivos, dedutivos, relacionais e abdutivos devem ser valorizados.

Assim, potencializar os processos de problematização, raciocínio lógico, levantamento de hipóteses, registros materiais e simbólicos na produção de processos resolutivos, comunicação e validação dos procedimentos, validação ou refutação de processos e respostas, realização de pesquisas, leitura do mundo por meio da Matemática são elementos fundamentais que permeiam o ensino de Matemática e que devem estar contemplados em documentos curriculares como o Currículo da Cidade.

O Currículo da Cidade explicita algumas questões de natureza metodológica, indicando-as nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, principalmente, no Eixo Articulador de Processos como a Resolução de problemas, investigações, comunicação, tecnologias.

Nas abordagens dos objetos de conhecimento há uma preocupação com o equilíbrio em momentos de contextualização e descontextualização, ou seja, há uma abordagem interdisciplinar e disciplinar. Os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento enfocam claramente desafios na resolução de problemas e de investigações, possibilitando desenvolver a autocon-

fiança para levantar hipóteses, validá-las, confrontá-las com as dos colegas.

No que diz respeito aos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, o documento apresenta para cada ano de escolaridade, a descrição de uma ação possível para o professor desenvolver a habilidade apontada, indicando uma das possíveis abordagens do objeto do conhecimento tratado.

Há diferenciações bastante claras, por exemplo em relação à resolução de problemas e aos cálculos, como nos objetivos a seguir para o 1º ano do Ensino Fundamental:

- Construir fatos fundamentais da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas.
- Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo o significado de composição, utilizando diferentes estratégias.

Para que o documento curricular, de fato, abranja seus objetivos, é substancial que o professor desenvolva as abordagens propostas, uma vez que abarcam diferentes tipos de raciocínio e diferentes habilidades cognitivas.

Com relação à introdução de novos eixos, como a Álgebra e a Probabilidade, desde os primeiros anos, somos totalmente favoráveis, visto que algumas atividades que desenvolvem o pensamento algébrico são fundamentais para serem desenvolvidas desde o 1º ano, e algumas situações probabilísticas são de fácil entendimento das crianças.

O que apresentamos a seguir são alguns comentários sobre o documento, no sentido de subsidiar as discussões nas escolas e nas redes para incorporação de temas que estão no Currículo da Cidade, mas que foram pouco abordados na BNCC ou que não foram abordados, e que consideramos essenciais para as aprendizagens matemáticas dos nossos estudantes.

Alguns comentários sobre o Currículo da Cidade

Acreditamos que a identificação dessas lacunas pode subsidiar o professor para complementação das habilidades propostas ou para uma abordagem diferente do que o documento aponta.

A análise do Currículo da Cidade, no que diz respeito às aprendizagens matemáticas para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com base tanto na perspectiva teórico-epistemológica quanto metodológica da Educação Mate-

mática, revela avanços em muitos aspectos, **em relação à BNCC e aos últimos documentos e políticas do MEC, em especial, PCNs, GESTAR, Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento e, mais recentemente, PNAIC de Matemática. Além disso, conhecimentos fundamentais consolidados por meio da pesquisa científica no campo da Educação Matemática são contemplados na proposta, principalmente no que se refere ao ensino de Números Naturais e Racionais e das Operações.**

Um ponto fundamental que é bastante discutido na Rede Municipal, é que não devemos subestimar as capacidades das crianças na realização de problemas, na incorporação de novos conceitos e procedimentos matemáticos que se concretizam nas experiências reflexivas proporcionadas pela escola.

Dessa forma, consideramos que o foco principal para o ensino de Matemática é que ela tenha significado para as crianças e jovens.

Em alguns objetivos propostos é possível perceber articulações internas dos diferentes temas matemáticos (conexões intramatemáticas); em outros, as conexões com outras áreas do conhecimento científico e cultural (conexões extramatemáticas), com base nos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável - ODS.

Assim, consideramos que o Currículo da Cidade, ao contrário da BNCC, apresenta nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento explicitamente as tendências da Educação Matemática, tais como o enfoque histórico, cultural, comunicacional, lúdico, investigativo, a resolução de problemas, o uso das tecnologias etc.

Ao que parece, há um silenciamento na BNCC do que é extramatemático, dos aspectos da História da Matemática, dos temas transversais (que são citados nas Diretrizes, mas não foram incorporados pela área no referido documento). No caso do Currículo da Cidade, são explicitadas as conexões extramatemáticas, com um eixo próprio que possibilita o desenvolvimento de projetos, a incorporação dos ODS e a contextualização da Matemática em diferentes áreas científicas e na realidade.

Há uma preocupação em todo o currículo de não contribuir para **uma concepção da Matemática pela Matemática. Essa concepção aparece com mais frequência nos anos finais do Ensino Fundamental.**

Além disso, os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento procuram focalizar os processos matemáticos como a comunicação matemática. Estes processos, quando presentes no currículo, alicerçam maior valor ao desenvolvimento de habilidades e competências desde o início da alfabetização para com relação à produção de registros, de comunicação oral, de debate, de argu-

mentação e prova, de justificação, de validação de processos e resultados. Estes são processos que permeiam tanto atividades metalinguísticas quanto metacognitivas, tão imprescindíveis para as aprendizagens matemáticas com significado, assim como para o desenvolvimento da autoestima para a aprendizagem matemática das crianças e jovens.

Há uma notável preocupação com alguns objetivos específicos sobre este aspecto da comunicação solidária ou sobre o uso de diferentes textos nas aulas, contribuindo para alavancar mudanças na organização do trabalho pedagógico que, ao invés de priorizar a atividade matemática como ato solitário, **valorizará a diversidade, as trocas, os confrontos, o discurso oral matemático, a argumentação lógica,** permitindo na aula de Matemática uma comunidade de investigação, estruturada a partir da produção-comunicação-validação.

Cabe destacar a importância da comunicação matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, priorizando a expressão do pensamento das crianças e o ouvir os colegas e ainda o uso da linguagem matemática de forma adequada.

Com relação ao eixo Álgebra, é uma inovação nos anos iniciais, mas o foco dado no documento é o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o trabalho com letras e símbolos tão ao gosto de muitos professores de Matemática. Há consenso entre pesquisadores e estudos da área de que o "pensamento algébrico" se manifesta e desenvolve quando os estudantes se envolvem no processo matemático de generalização, tendo por base a observação e análise de dados numéricos, padrões, regularidades ou relações matemáticas e expressam essas generalizações usando recursos diversos que podem passar pela utilização da linguagem natural, diagramas, tabelas, fórmulas ou símbolos matemáticos. É com esse objetivo maior que a BNCC apresenta os objetivos/habilidades referentes à Álgebra desde os anos iniciais.

Cabe destacar que o Currículo da Cidade apresenta um rol de objetivos/habilidades que não podem ser vistos de forma alguma como o ponto máximo para os processos de aprendizagem matemática, ao contrário, devem inspirar o desenvolvimento do pensamento matemático, alicerçado nas mais variadas situações de significados culturais, por meio do **desenvolvimento de formas de pensar a partir da resolução de problemas que requerem, gradativamente e de forma significativa, a estruturação do**:

- Raciocínio estatístico
- Raciocínio combinatório

- Raciocínio proporcional
- Raciocínio algébrico
- Raciocínio espacial
- Raciocínio temporal
- Raciocínio da contagem (calcular)

Cada um desses tipos de raciocínios será aprofundado em outro texto.

Na organização curricular, todos os raciocínios citados devem estar coerentemente articulados desde a Educação Matemática Infantil até o final do Ensino Básico. A ausência dessa articulação coerente impede a aprendizagem das crianças e jovens e não favorece a conexão entre ideias matemáticas, nem como elas interagem entre si e tampouco como elas podem ser aplicadas fora do contexto escolar ou noutras disciplinas.

As **ideias fundamentais** da Matemática propostas no documento permitem a articulação desses diferentes tipos de raciocínio.

Uma ideia é considerada fundamental quando seu significado e sua importância podem ser explicados com a linguagem natural; sem recorrer a tecnicidades excessivas para sua compreensão. Tais ideias constituem a razão do estudo de diversos objetos do conhecimento.

Elas estão presentes de modo bem visível, em múltiplos temas do currículo de Matemática, possibilitando uma articulação natural entre eles, em conexões internas (conexões intramatemáticas) e também em conexões extramatemáticas, pois uma ideia fundamental não se esgota nos limites da Matemática, articulando o tema em que se origina a outros componentes curriculares ou científicos.

Uma das finalidades do Currículo da Cidade é promover uma Educação Matemática de alta qualidade, organizando e integrando importantes ideias matemáticas que se destacam como referência e recurso para o professor fazer as interações que julgar pertinentes.

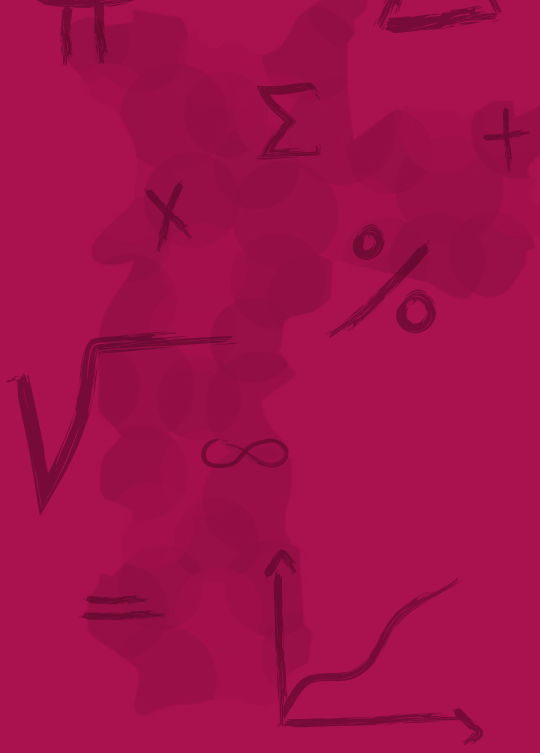


Foto: Jovino Soares / FOVE / CM / COPED / SME

Alguns mitos do senso comum sobre a Matemática e suas consequências para o ensino

O perfil dos professores que participam do Projeto de discussões curriculares, citado na introdução do volume 1 deste documento, mostra que há na Rede Municipal um grupo de professores com pouca experiência tanto na área de ensino como na própria Rede. As discussões realizadas durante o desenvolvimento do Projeto e as respostas aos instrumentos de pesquisa mostram a necessidade de aprofundamento de algumas discussões que possibilitem melhor compreensão do Currículo da Cidade: Matemática.

Este texto se inicia com uma discussão que permite refletir sobre as respostas dadas pelos professores ao instrumento 3 e a uma dinâmica realizada com frases sobre a natureza da Matemática que deveriam ser completadas, e depois apresenta alguns mitos do senso comum sobre a Matemática e suas consequências para o ensino dessa área do conhecimento, o que fecha a discussão referente ao instrumento 5.

A natureza da Matemática

Até algumas décadas atrás, a função utilitária da Matemática tinha menos importância nas escolas que pautavam o objetivo dela no desenvolvimento do raciocínio lógico. Hoje percebemos que a balança está pendendo para o outro lado, focando em grande parte para a face utilitária da Matemática, e deixando de lado a parte formativa, fundamental para a formação do cidadão.

É bastante consensual no meio estudantil a ideia de que conhecimentos matemáticos são importantes para a vida das pessoas, na sociedade contempo-

rânea, desempenhando papel fundamental na formação do cidadão. O que não podemos deixar de lado é o poder da Matemática para o desenvolvimento de capacidades formativas, de raciocínio, de formulação de conjecturas, de observação de regularidades, entre outros.

Em função disso, **essas duas vertentes são os principais componentes da natureza da Matemática** e definem as finalidades do ensino dessa área do conhecimento no Ensino Fundamental: seu caráter prático e utilitário e o desenvolvimento de diversos tipos de raciocínio (lógico, dedutivo e indutivo entre outros), que contribuem para a formação dos estudantes dessa etapa da Educação Básica.

Dentre as características ligadas à função utilitária da Matemática, a mais presente nos registros dos instrumentos preenchidos pelos professores é a que tem a ver com as necessidades cotidianas. Atividades de compra e venda, de uso de dinheiro, de uso de números da forma quantitativa, de cálculos em jogos e brincadeiras são presença constante nos dois primeiros ciclos da Rede. Ficar apenas nesse tipo de atividade empobrece e muito a Matemática, pois seu ensino requer muito mais do que o foco nas quatro operações. No dia a dia, a Matemática ainda aparece na vida das crianças e jovens com muita frequência na exploração do espaço em que vivem, nas medidas, nos dados e informações que analisam. Mas isso ainda é muito pouco. Há necessidade do uso da Matemática para o estudo de ciências que utilizam conhecimentos matemáticos como ferramentas para discutir diferentes conceitos, e isso pode ser feito desde o Ciclo de Alfabetização, principalmente na observação de experiências, na recolha e análise de dados.

Com relação às características da Matemática ligadas à formação intelectual, elas têm a ver com o lado investigativo e especulativo da atividade matemática, em que a elaboração de conjecturas, de argumentações, de generalizações se destacam, possibilitando vislumbrar o caráter lúdico, recreativo. Esse lado formativo pode ser explorado em atividades em que as crianças e jovens possam analisar sequências numéricas ou geométricas e argumentar sobre os padrões presentes, fazer conjecturas sobre formas geométricas, observando se um sólido pode rolar ou não, entre outros exemplos. A forma como o professor explora uma atividade matemática permitirá ou não o desenvolvimento dessas capacidades formativas. Se ele conduzir sua aula de forma tradicional, focando na exposição de procedimentos e em uma lista de exercícios para os estudantes aplicarem e fixarem, o desenvolvimento dessas capacidades formativas fica pre-

judicado e esse tipo de atividade não contribui para a construção da cidadania.

Com base nas finalidades da Matemática no Ensino Fundamental (utilitária e formativa), é preciso pensar que seu ensino agrega um corpo de conhecimentos que contribui para compreensão e ação no mundo atual e para o desenvolvimento das crianças e jovens brasileiros numa perspectiva de formação para o exercício da cidadania.

O documento Currículo da Cidade: Matemática (2017) considera que a Matemática é um conjunto de ideias que permite analisar fenômenos e situações da realidade para obter informações e conclusões que não estão explícitas; possibilita a obtenção de modelos, relações, padrões e regularidades, de forma a conhecer a realidade. Tendo por base que a Matemática não é um fim em si mesmo, mas deve ser considerada na perspectiva de meios para instrumentalizar ações na busca de realização de projetos pessoais, sociais e coletivos. Assim, como a Base Nacional Comum Curricular - BNCC considera que na escola o foco não é o ensino de conteúdo, mas o desenvolvimento de competências e habilidades.

Esse é um ponto de reflexão para os professores da Rede Municipal de Ensino de São Paulo, para que possam repensar o ensino de Matemática em cada escola do município e fomentar uma discussão nas Diretorias Regionais, a fim de desmistificar os pressupostos teóricos sobre o ensino dessa área do conhecimento e pensar em mudança de foco no ensino de Matemática, levando em conta os elementos citados anteriormente, como: obtenção de modelos, a busca de relações, de padrões e de regularidades, entre outros. Para compreender melhor estes pressupostos teóricos, precisamos discutir alguns aspectos ou elementos vinculados à história e à cultura que se perpetuam a partir de ideias do senso comum sem nenhuma fundamentação científica.

Alguns mitos[1] do senso comum sobre a Matemática e suas consequências para o ensino

Para que se modifique o foco no ensino de Matemática, é necessário superar alguns mitos do senso comum. Machado (2011) em sua obra "Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua" promove uma reflexão a respeito de um certo estereótipo atribuído à Matemática, à sua essência e à

1 Um mito (em grego clássico: μυθος; transl.: mithós) está vinculado a condições históricas e étnicas relacionadas a uma dada cultura, que procura explicar certas ideias do senso comum, sem fundamento científico, e voltadas a uma certa comunidade. Essas ideias são admitidas como verdadeiras e usadas como tal. O mito depende de um tempo e espaço para existir e ser compreendido.

justificativa de seu ensino. O autor desmistifica alguns mitos pautados no senso comum, como: a Matemática é exata, a Matemática é abstrata, a capacidade da Matemática é inata, a Matemática justifica-se por aplicações práticas, a Matemática desenvolve o raciocínio. Para o autor, certas concepções são tão estabelecidas que se admitem como verdadeiras com apoio apenas no senso comum, e essa concepção, consciente ou não, serve de base para algumas atitudes que influenciam o ensino da Matemática, trazendo consequências para o ensino, refletindo na organização das atividades propostas nas práticas do professor e nas aprendizagens dos estudantes.

O instrumento 5 do projeto de discussões curriculares aborda esses mitos, e este texto permite uma reflexão mais profunda sobre eles.

Com relação ao mito de que a **Matemática é exata**, Machado (2011) comenta que ela leva a uma concepção de que todas as afirmações em Matemática ou são verdadeiras ou são falsas, que, por esse motivo, são sempre logicamente demonstráveis e que o conhecimento matemático é expresso em números. O autor destaca o exemplo da divisão de 1m de fita em 3 partes iguais. Cada parte medirá 0,333... e a soma dessas 3 partes terá como resultado 0,999... e não 1m como esperado, revelando que a transposição dessas grandezas para a representação numérica é limitada, desmistificando o mito de a Matemática ser uma ciência exata.

Curi (2005) mostra que a ideia da exatidão da Matemática repercute no ensino quando o professor considera que há apenas uma maneira correta de se resolver um problema, sempre pautado nas aprendizagens dos algoritmos ensinados anteriormente.

Com relação ao mito de que a **Matemática é abstrata**, Machado (2011) exemplifica com a ideia do número como abstração de uma quantidade. Mas ele julga a abstração fundamental, pois todo processo de construção de conhecimento vale-se de abstrações. São elas que viabilizam relações e tornam a aprendizagem mais significativa. O autor estende a noção de concreto para a concretude baseada em um conteúdo de significações.

Curi (2005) constata uma contradição nas respostas das professoras que participaram de sua pesquisa quando diziam que a Matemática é abstrata, difícil e para compreensão de poucos e se utilizavam de material concreto (manipulável) em suas aulas. O fato de considerar a Matemática abstrata e torná-la mais atraente para os estudantes leva muitas vezes o professor ao uso de materiais manipuláveis, desprovidos de significações para os que o manipulam,

por exemplo, o material dourado para as crianças, o que pode comprometer a concretude que o professor queria focar.

O mito **a capacidade para a Matemática é inata** é uma ideia usada com bastante frequência e, muitas vezes, atesta um sentimento de fracasso com relação a essa área do conhecimento. Há uma crença muito comum destacada por Curi (2005) de que a Matemática é criada por pessoas inteligentes, e aos demais cabe memorizar o conhecimento elaborado pelos privilegiados. A autora considera que nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e em muitas ocasiões, o professor ao buscar o curso de Pedagogia "foge da Matemática", pois a carga horária da disciplina no referido curso é bastante reduzida. Ele faz esse tipo de opção, porque não se sente competente para aprender Matemática.

Para Machado (2011), ao admitir-se uma predisposição inata para o desempenho em Matemática pode-se concluir que esse conhecimento não pode ser compreendido por todos e que nem todos os estudantes são capazes de aprender Matemática. Nesse caso, o autor não se refere ao talento para todos os indivíduos se tornarem matemáticos profissionais, mas para a capacidade de utilizar a Matemática para a representação da realidade como cidadão.

Curi (2005) destaca a crença de que nem todos são capazes de aprender Matemática pode trazer a reprovação de muitos estudantes, sem que haja uma reflexão mais profunda sobre seus reais motivos. O que pode continuar legitimando que a Matemática é para aqueles que têm capacidade para aprendê-la, ou seja, continua trazendo a exclusão de estudantes para um conhecimento que é tão fundamental para viver em sociedade.

Hoje não há reprovação, mas percebe-se nos resultados das avaliações externas que os estudantes sabem pouca Matemática e que os conhecimentos dos estudantes de 9º ano são quase que equivalentes aos do 5º ano. Precisamos acreditar mais na potencialidade de aprendizagem dos estudantes e na ampliação de relações entre os diferentes objetos de conhecimentos, já que consideramos que o conhecimento é construído por meio de rede de relações.

Os mitos de que **a Matemática se justifica pelas aplicações práticas e a Matemática desenvolve o raciocínio** embasam o discurso da obrigatoriedade da Matemática no currículo escolar. Machado (2011) discorre sobre atitudes de professores que precisam justificar a necessidade de ensinar ou de os estudantes aprenderem determinado conteúdo, o que leva a uma relação direta entre o conhecimento matemático e sua utilidade na vida prática. Isso ocorre, segundo

o autor, devido à associação que é feita de o conhecimento construído na escola ser algo abstrato sem vínculo com a realidade extraescolar.

Curi (2005), em sua pesquisa, detectou a preocupação dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relacionar a Matemática às práticas cotidianas. Esta crença pode reduzir o conhecimento matemático às quatro operações com números naturais, trazendo o empobrecimento do currículo. No entanto, aos analisarmos o Currículo da Cidade, vemos que ele é muito mais amplo do que isto.

Machado (2011) chama a atenção também para os vínculos de conteúdos escolares com a realidade historicamente construída, o que revela uma continuidade essencial com relação ao significado de temas matemáticos trabalhados. Ele destaca que existem rupturas com o cotidiano essenciais de serem superadas, para que o professor vá além do superficial, permitindo a construção de novos significados e relações com novos conhecimentos, vinculando a Matemática com aplicações práticas como ponto de partida e não como limitação. O mesmo autor destaca que a descontinuidade entre os conhecimentos intra e extraescolares está com os dias contados na era da informação e da comunicação e afirma que os estudantes, muitas vezes, descobrem informações por meio de mídias digitais e até mesmo da web ou de celulares e não mais na escola. Ele destaca, no entanto, a importância da mediação do professor diante da imensa carga de informações presentes no mundo atual.

Com relação ao mito de que **a Matemática desenvolve o raciocínio**, essa afirmação ainda é bastante usada quando se pergunta ao professor qual é objetivo do ensino de Matemática. É claro que a Matemática desenvolve o raciocínio. No entanto, muitas vezes essa afirmação é exagerada. Cabe destacar que dependendo do modo que o ensino de Matemática se desenvolve na escola, esse componente não contribui em nada para o desenvolvimento do raciocínio, pois é trabalhada de forma mecânica, com exercícios repetitivos, por meio apenas de memorização.

A discussão desses mitos e de suas implicações em sala de aula é muito importante na formação dos professores porque permite uma reflexão sobre o ensino de Matemática que vem ocorrendo, e os possíveis motivos que não permitem uma evolução nos processos de ensino dessa área do conhecimento.

Como estamos falando do Currículo da Cidade: Matemática cabe aqui uma discussão sobre alfabetização e letramento matemático. Essa discussão também pode subsidiar os professores na seleção e organização dos conteúdos a serem ensinados e na forma que podem ser desenvolvidos em sala de aula.

Alfabetização e letramento matemático

A ideia de alfabetização é a de iniciação a um campo de conhecimento. No caso da alfabetização matemática, segundo Fonseca (2009), não se restringe apenas ao campo da aritmética, contemplando as primeiras aproximações com o conceito de número, mas abrange também a geometria, as medidas, entre outros temas dessa área do conhecimento. A autora destaca que o termo revela o domínio da linguagem matemática, veiculado na abordagem escolar que é o domínio da linguagem escrita. Mas ela coloca que não é apenas isso, mas a alfabetização matemática envolve também o aprendizado de um modo de proceder matematicamente.

O documento do PNAIC (2014) destaca a dimensão da alfabetização na perspectiva do letramento para promoção de aprendizagens de práticas sociais de leitura e escrita de diferentes tipos de textos, não se restringindo apenas ao ensino do sistema de numeração decimal e das quatro operações fundamentais em Matemática. A alfabetização matemática que o documento propõe refere-se ao trabalho pedagógico que contempla as relações do espaço, registro e uso de medidas e dos processos de medição, bem como estratégias de produção, organização, registro, divulgação, leitura e análise de informações, mobilizando procedimentos de identificação e classificação de atributos, comparação e ordenação.

A BNCC (2017) define o letramento matemático como um conjunto de competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente que favoreça o estabelecimento de conjecturas, a formulação e resolução de problemas em contextos variados, a utilização dos diversos tipos de raciocínio matemático. Segundo o documento, o letramento matemático permite ao estudante identificar conhecimentos matemáticos fundamentais para a compreensão e atuação no mundo contemporâneo e perceber o caráter intelectual da matemática, o que permite o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, incentivando as investigações e o pensar matematicamente.

O documento Currículo da Cidade: Matemática (2017) aborda a alfabetização matemática no sentido de letramento matemático apresentado pelo PISA (2012), que define esse tema como uma capacidade individual de interpretar a Matemática em uma variedade de situações que incluem raciocinar matematicamente utilizando fatos, conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas para descrever, analisar e predizer fenômenos. As ideias desse conceito veiculadas pela BNCC (2017) convergem com as propostas no documento do PISA (2012).

O referido documento considera ainda que o letramento matemático auxilia o estudante ao longo de sua vida escolar a reconhecer o papel da Matemática no mundo e a se constituir como cidadão engajado e reflexivo para tomar decisões e participar na vida familiar, social, cultural, argumentando e tomando decisões fundamentadas.

No Ciclo de Alfabetização, principalmente, o foco na alfabetização matemática leva em consideração os conhecimentos matemáticos que a criança traz de suas vivências extraescolares ou mesmo escolares e agrega novos conhecimentos que se articulam aos anteriores, possibilitando o desenvolvimento das crianças e sua participação na sociedade.

Neste ciclo, é preciso incentivar a comunicação em situações diversas como as que exploram a interpretação de enunciados de problemas e a representação de ideias matemáticas. O fato de a criança não estar alfabetizada ainda não é empecilho para o trabalho com a comunicação matemática, com a leitura de textos de problemas, por exemplo, e o professor pode auxiliar nessa empreitada.

Quando os estudantes progredirem na leitura e escrita, a comunicação em matemática também se desenvolve com mais fluência. Com relação às estratégias, o professor pode usar as cantigas e a literatura infantil, que possibilitam a ampliação do vocabulário e da fluência leitora das crianças. Essas estratégias são discutidas com mais profundidade no Currículo da Cidade: Matemática.

Discussões como essas devem permear as sessões de formação com professores que ensinam Matemática na Rede Municipal de Ensino de São Paulo, pois possibilitam refletir sobre o ensino de Matemática que está proposto no documento curricular e sobre as aprendizagens dos estudantes.

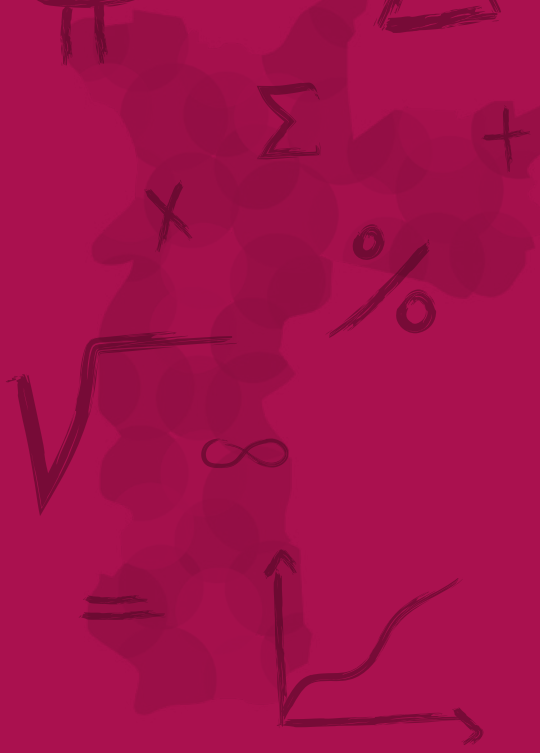


Foto: Paula Leticia / FOVE / CM / COPED / SME

Sobre Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento e ideias fundamentais da Matemática

Este texto tem como objetivo subsidiar discussões sobre os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, provocando reflexões sobre o ensino de Matemática que permitam viabilizar esses objetivos no currículo em ação. Para a concepção do texto foram usados resultados da pesquisa feita com os professores que participam do referido Projeto, principalmente algumas dinâmicas propostas nas reuniões de estudo e formação.

Os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento no Currículo da Cidade

Os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento são descrições concisas do que os estudantes devem aprender, saber, compreender e saber fazer em um determinado ano de escolaridade.

O conjunto dos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento de Matemática do 1º ao 9º ano foi organizado no Currículo da Cidade: Matemática em uma progressão e aprofundamento que ajudarão o professor a monitorar o ensino e a aprendizagem de seus estudantes e fazer análises sobre seu desempenho e sobre a própria performance. Os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Currículo da Cidade: Matemática devem também subsidiar as equipes de avaliação externa dessa Rede. Eles se apoiam nos objetos de conhecimento do referido currículo.

No Currículo da Cidade, os objetos do conhecimento estão organizados nos Eixos (Articuladores e Estruturantes). Algumas vezes, com a finalidade de indicar com mais foco o objetivo de aprendizagem e desenvolvimento correspondente, o objeto de conhecimento vem acompanhado de um complemento, como no caso dos objetos propostos no 5º ano:

- Problemas envolvendo os significados do campo aditivo com números naturais ou racionais na forma decimal.

- Problemas envolvendo os significados do campo multiplicativo envolvendo os números naturais.

No primeiro caso, o objeto é complementado com a explicitação dos campos numéricos (números naturais ou racionais na forma decimal), embora sejam elementos da Matemática, eles estão complementando o objeto. No segundo caso, o objeto é complementado com a explicitação do campo numérico dos números naturais, apenas.

Dessa forma, com esse tipo de redação, o objeto do conhecimento aponta um foco com maior ou menor grau de complexidade para o objetivo de aprendizagem e desenvolvimento.

No referido currículo, os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento foram construídos a partir de documentos curriculares conhecidos da Rede, com a participação do grupo de estudos formado por professores e técnicos, distribuídos por ano de escolaridade em dois grupos (anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental), escritos com foco mais direcionado ao invés de uma redação ampla, aprofundando a cada ano de escolaridade, evitando assim repetições, explorando diferentes representações de um mesmo objeto matemático, etc. Esses objetivos foram escritos indicando uma comanda explícita para o professor.

Composição e explicitação de Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento

Cada objetivo de aprendizagem e desenvolvimento é composto por pelo menos **um verbo** que indica o **processo cognitivo** que está sendo desenvolvido e **o conhecimento que se espera** do estudante para mobilizar este mesmo processo (**objeto do conhecimento**). Além disso, o objetivo pode apresentar um nível de complexidade diferente e/ou um contexto em que o conhecimento específico deve ser mobilizado. Estes especificam padrões, condições ou critérios de desempenho esperado ou elaboram mais detalhadamente o objetivo e os chamamos de **complementos.** Assim, um objetivo de aprendizagem e desenvolvimento é composto por:

Um verbo + um objeto de conhecimento + *um complemento* (opcional).

Esses três elementos nem sempre podem estar escritos na mesma ordem, mas o objetivo sempre se inicia com o verbo que descreve a ação que indica o processo cognitivo.

Vejamos alguns exemplos:

EF05M33 – Solucionar problemas com mais de uma operação *que envolvam a escrita decimal de valores do sistema monetário brasileiro.*

EF01M28 – Descrever, oralmente, *situações apresentadas por meio de gráficos de colunas simples.*

EF05M16 – Planificar prismas, pirâmides, cones e cilindros.

Nesses exemplos é possível observar que, no primeiro, o complemento está ao final da descrição do objetivo; no segundo, está alocado logo após o verbo e dá pistas para o tipo de atividade que deve ser desenvolvida; e, no terceiro, não há complemento, deixando livre ao professor buscar estratégias que permitam a consecução do objetivo.

Assim, os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento devem proporcionar a identificação dos principais conceitos e procedimentos que descrevem uma sequência de aprendizagem ao longo do Ensino Fundamental; não ser repetidos desnecessariamente ao longo dos anos de escolaridade e devem, principalmente, descrever o que se espera que os estudantes compreendam, saibam e sejam capazes de fazer em relação ao objeto do conhecimento.

No Currículo da Cidade: Matemática, os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento se utilizam de verbos possíveis de serem mensurados, não usando, por exemplo, os verbos: entender, apreciar, acreditar, etc. Além disso, muitos dos objetivos descrevem apenas uma habilidade a ser mensurada, ou seja, eles não se compõem de mais de um verbo de ação. Porém há outros objetivos que propõem uma síntese dos conhecimentos inclusos em um ou mais objetos do conhecimento. Isso acontece porque o documento apresenta orientações para um currículo organizado em uma rede de conhecimentos e não para uma avaliação, se fosse este o caso, teria apenas um verbo na construção do que se espera que o estudante aprenda, pois um item de uma avaliação em larga escala com provas tipo teste avalia apenas uma habilidade.

O uso de mais de um verbo nos objetivos acontece especialmente naqueles que envolvem resolução de problemas, em que é importante o estudante analisar, interpretar o enunciado para indicar uma operação que resolva o problema, mas também é importante para o estudante formular o texto de um problema.

Quando os estudantes formulam os enunciados dos problemas, eles conseguem interpretar o tipo de texto que compõe esse enunciado. Um texto de um problema descreve (em forma de narrativa) uma situação, apresenta dados e solicita uma resposta para uma questão. Esse tipo de texto se difere de textos informativos, de poesias, de textos históricos, entre outros, e apresenta características próprias que o estudante precisa se apropriar. Muitas vezes, se ele não se apropria do gênero do texto de um problema, ele nem percebe que falta a questão no texto ou então qual é a pergunta do enunciado. Isso fica evidente quando se propõe que os estudantes formulem um problema e depois o resolvam. Só percebem a falta da questão no enunciado no momento da resolução do problema. Os exemplos a seguir ilustram os objetivos elaborados com mais de um verbo de ação.

EF07M05 – Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas envolvendo o princípio multiplicativo.

EF07M04 – Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas *com números naturais, inteiros e racionais* envolvendo os diferentes significados das operações.

É possível perceber nesses objetivos que há necessidade de o professor preparar diversas sequências de ensino que contemplem cada um dos verbos alocados nos objetivos e, ainda, no M04, as sequências devem contemplar não apenas as ações propostas pelos verbos, mas os campos numéricos determinados como complemento e os significados das operações (campo aditivo e multiplicativo), o que demanda um tempo bastante grande no trabalho com esse objetivo. Claro que não é preciso esgotar todos os verbos dos objetivos e todos os seus complementos de uma única vez. A concepção do Currículo da Cidade em forma de rede de significados permite as "idas e vindas" a um mesmo objetivo, retomando-o, ampliando-o, explorando novos focos e complementos.

A compreensão por parte do professor das ações e objetos de conhecimento propostos nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento é fundamental para que o ensino de Matemática seja abrangente e, ao mesmo tempo,

detalhado nos tipos de objetos de conhecimento a serem desenvolvidos e nos processos cognitivos envolvidos (indicados pelo verbo de ação).

No referido documento, os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento são descritos ano a ano e abordam as necessidades específicas de aprendizagem de cada ano de escolaridade, portanto são adequados à faixa etária dos estudantes.

Um mesmo objeto de conhecimento é explorado em diversos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento em um determinado ano de escolaridade e, ainda, em diferentes anos de escolaridade, que vão se aprofundando e se completando ao longo do tempo.

Vejamos alguns exemplos. O primeiro exemplo refere-se a um objeto de aprendizagem do primeiro ano do Ciclo de Alfabetização e os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento correspondentes. Todos se referem ao mesmo objeto de conhecimento, mas vão ampliando os processos cognitivos e as habilidades requeridas.

Localização e Movimentação de pessoas ou objetos no espaço da sala de aula, pontos de referência, a partir da indicação de posição e sentido.

EF01M16 – Identificar, *oralmente,* pontos de referência para indicar sua localização na sala de aula, *usando terminologia adequada (esquerda, direita, atrás, na frente, etc).*

EF01M17 – Indicar, *oralmente,* a posição que se encontra na sala de aula, *utilizando termos que se referem à posição (direita, esquerda, em cima, abaixo) e* **representá-la** *por meio de desenhos.*

EF01M18 – Indicar, *oralmente,* o caminho para movimentar-se no espaço da sala e chegar a um determinado local, *utilizando terminologia adequada e* **representá-lo** *por meio de desenhos.*

Fonte: São Paulo, 2018, p.86.

Com relação a esse objeto do conhecimento é possível observar sua ampliação no 2º e no 3º ano do referido ciclo, mesmo com algumas mudanças no texto.

1º ano
Localização e Movimentação de pessoas ou objetos no espaço da sala de aula, pontos de referência, a partir da indicação de posição e sentido.
2º ano
Localização e Movimentação de pessoas ou objetos no espaço escolar, pontos de referência, indicação de posição, direção e sentido.
3º ano
Leitura e interpretação da localização ou movimentação de pessoas ou objetos no espaço.

Percebe-se que, no 1º ano, o espaço reduz-se à sala de aula; no 2º ano, amplia-se para o espaço escolar e, no 3º ano, amplia-se mais ainda para o espaço em geral. Essa percepção é muito importante por parte do professor. A falta de observação dessa ampliação faz com que se repitam atividades "parecidas" com as desenvolvidas em anos anteriores, sem a preocupação com as mudanças propostas no objeto do conhecimento, principalmente no que se refere ao "tamanho" do espaço a ser explorado.

Segundo Curi (2014), o trabalho com localização e movimentação no espaço envolve "o tamanho do espaço". Galvez (1985) destaca três tipos de espaço: microespaço, mesoespaço e macroespaço. A partir de seus estudos, ele denomina microespaço aquele em que o estudante pode contemplar instantaneamente o espaço em sua totalidade, por exemplo, uma folha de caderno, a tela do computador, a mesa de trabalho, uma folha de sulfite, etc. Chama de mesoespaço aquela porção do espaço físico que exige pequenos deslocamentos ou mais de um ponto de vista para ser visto em sua totalidade, por exemplo, a sala de aula, o pátio da escola, a biblioteca, etc. Denomina macroespaço aquele em que é impossível obter uma percepção direta em sua totalidade, mesmo com pequenos deslocamentos ou pontos de vista, como exemplo, o bairro, a cidade, o quarteirão da escola.

Segundo Itzcovich (2007), trabalhar com diferentes "tamanhos" de espaço implica em modelos conceituais diferentes para orientar as ações do sujeito. A partir dos estudos desse autor, Curi (2014) afirma que resolver problemas com diferentes "tamanhos" do espaço requer procedimentos diferentes por parte dos sujeitos e modos também diferentes de relacionar os objetos presentes naquela parte do espaço.

Segundo Rainiere e Colombo (2012), na didática da Matemática, o "tamanho" do espaço pode ser considerado uma variável didática.

No caso do Currículo da Cidade, o "tamanho do espaço" faz parte do objeto de conhecimento, por considerar, como os autores citados, que o "tamanho do espaço" é uma variável didática e cada "tipo de espaço" requer procedimentos diferentes e exploração diferenciada.

Dessa forma, é importante que o professor perceba nos objetos do conhecimento apresentados a possibilidade de se trabalhar no microespaço, no médio e no macroespaço e de perceber a importância da ampliação do "tamanho do espaço" quando desenvolver atividades com seus estudantes, pensando nos procedimentos diferentes por parte deles e nos modos diferentes de relacionar os objetos presentes no "tamanho do espaço" explorado.

Com relação aos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, o quadro a seguir mostra a ampliação ano a ano. Percebe-se que, no 3º ano, os objetivos exploram a análise de maquetes, esboços, croquis, ampliando os tipos de representação do espaço para serem analisados.

1º ANO

EF01M16 – Identificar, *oralmente,* pontos de referência para indicar sua localização na sala de aula *usando terminologia adequada (esquerda, direita, atrás, na frente, etc).*

EF01M17 – Indicar, *oralmente,* a posição que se encontra na sala de aula, *utilizando termos que se referem à posição (direita, esquerda, em cima, abaixo) e* **representá-la** *por meio de desenhos.*

EF01M18 – Indicar, *oralmente*, o caminho para movimentar-se no espaço da sala e chegar a um determinado local, *utilizando terminologia adequada e* **representá-lo** *por meio de desenhos.*

2º ANO

EF02M16 – Identificar e representar a localização de pessoas ou objetos no espaço escolar, *com base em diferentes pontos de referência e indicadores de posição.*

3º ANO

EF03M15 – Interpretar a localização de objetos ou pessoas no espaço, *pela análise de maquetes, esboços e croquis, com base em diferentes pontos de referência e* **representá-la.**

EF03M16 – Interpretar a movimentação de objetos ou pessoas no espaço, *pela análise de maquetes, esboços e croquis, com base em diferentes pontos de referência e* **representá-la.**

Fonte: São Paulo, 2018, p.85-122.

Cabe destacar a importância do contexto para o desenvolvimento dos objetivos. No Ciclo de Alfabetização é importante concentrar-se em contextos mais próximos das crianças como os contextos familiares e da comunidade bem próxima as crianças (sala de aula). No Ciclo Interdisciplinar, esses contextos se ampliam. O foco vai deixando de ser no contexto familiar e inclui contextos escolares e da comunidade local e, às vezes, até no âmbito nacional. No Ciclo Autoral, o foco central é em contextos nacionais e internacionais e em contextos científicos e de outras áreas do conhecimento que permitem aplicação da Matemática.

Além disso, é importante pensar no encadeamento dos objetivos, sempre partindo do que os estudantes já sabem. No Ciclo de Alfabetização é adequado usar contextos mais conhecidos e pensar na comunicação oral, por meio de desenhos e, se for o caso, escrita, proporcionando oportunidades para que os estudantes se expressem, façam interações com os colegas e trabalhem juntos. No Ciclo Interdisciplinar, a comunicação inclui apresentações mais elaboradas escritas e orais, e as habilidades de pensamento devem ser ampliadas de forma que possam ser aplicadas em diferentes contextos. No Ciclo Autoral, é importante proporcionar momentos de exploração de contextos de interesse dos estudantes, desenvolver um trabalho colaborativo e usar um vocabulário mais técnico e abstrato.

A percepção por parte do professor sobre pequenas mudanças nos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento e sua compreensão permitem a implementação de um currículo abrangente, mas específico para o ano de escolaridade.

Ideias fundamentais da Matemática

Para que o Currículo da Cidade não se transforme em uma "lista de assuntos" a serem tratados, é fundamental que o professor perceba a organização dos objetivos em Eixos que agregam os mesmos tipos de assunto e a articulação entre eles e entre esses assuntos e outras áreas do conhecimento, e que percebam ainda as ideias fundamentais da Matemática que perpassam pelo Currículo da Cidade na busca do desenvolvimento das competências pessoais dos estudantes.

O que se vê na tradição pedagógica é que, em Matemática, uma lista grande de objetos do conhecimento é explorada, mas com pouca atenção às ideias fundamentais envolvidas. Essa lista costuma ser extensa e, muitas vezes, ampliada por tópicos fragmentados de um determinado objeto do conhecimento nem sempre significativo para o ensino. Se considerarmos a lista das ideias fundamentais em Matemática, ela não é tão extensa, pelo fato de essas ideias estarem presentes no estudo de uma diversidade de objetos do conhecimento.

O documento Currículo da Cidade: Matemática explora algumas ideias fundamentais a serem discutidas no Ensino Fundamental. Uma delas, valorizada ao longo de todo o currículo, é a de **Aproximação**.

Percebemos a presença dessa ideia em vários objetos do conhecimento de vários Eixos do Currículo da Cidade. O primeiro exemplo envolve os objetivos relativos ao Eixo Números, na realização de cálculos aproximados ou por estimativa.

- EF01M07 – Comparar a quantidade de objetos de duas coleções por estimativa e/ou por correspondência, identificando a que tem mais, a que tem menos ou se têm a mesma quantidade.

- EF02M04 – Estimar e contar a quantidade de objetos de coleções fixas ou móveis e utilizar números para expressar essa quantidade.

- EF03M08 – Calcular o resultado de adições e subtrações, com recurso ou reserva à ordem superior utilizando uma técnica convencional e validar os resultados por meio de estimativas ou tecnologias digitais.

- EF04M09 – Calcular o resultado de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais utilizando uma técnica conven-

cional e validar os resultados por meio de estimativas, arredondamento ou tecnologias digitais.

- EF05M08 – Calcular o resultado de operações de adição e subtração envolvendo números racionais na representação decimal por meio de cálculo mental, estimativas, aproximações, arredondamentos, técnicas operatórias convencionais e tecnologias digitais, analisando a razoabilidade do cálculo e validando os resultados.

- EF06M09 – Calcular o resultado de operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) envolvendo números naturais e números racionais na representação decimal por meio de cálculo mental, estimativas, aproximações, arredondamentos, técnicas operatórias convencionais e tecnologias digitais, analisando a razoabilidade do cálculo e validando os resultados.

- EF07M08 – compreender e calcular a raiz quadrada e a raiz cúbica de um número natural por meio de estimativas ou usando as tecnologias digitais.

- EF08M02 – Explorar os diferentes campos numéricos compreendendo relações de pertinência e inclusão e localizar números desses campos na reta numérica.

- EF09M05 – Construir procedimentos de cálculo com números racionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais. (São Paulo, 2018, p.85-122)

Como é possível observar nos exemplos de objetivos acima, a Matemática não é uma ciência da exatidão, de precisão absoluta. Cabe destacar que o Currículo da Cidade foca o cálculo aproximado, mas também o cálculo exato.

Mas a ideia de aproximação aparece ainda em outros Eixos, como no de Grandezas e Medidas, lembrando que uma medida é sempre aproximada.

Vejamos alguns exemplos:

- EF01M30 – Comparar e estimar medidas de comprimento, massa e capacidade, usando unidades de medida não padronizadas.

- EF02M26 – Estimar, medir e comparar comprimentos, capacidades e massas por meio de estratégias pessoais ou de uso de instrumentos de medida padronizados (fita métrica, balança, recipiente de 1l, etc) e expressar os resultados das medições numericamente.

- EF03M29 – Estimar, medir e comparar comprimentos utilizando estratégias pessoais e unidades de medida padronizadas mais usuais (metro, centímetro, e milímetro) e expressar numericamente essas medidas.

- EF04M28 – Estimar e medir grandezas utilizando a unidade de medida mais conveniente (metro, centímetro, milímetro, quilometro, grama, quilograma, litro e mililitro) e expressar numericamente a medição de comprimento, massa ou capacidade.

- EF06M30 – Estimar medidas de grandezas para tomar decisões quanto a resultados razoáveis.

- EF07M28 – Determinar as medidas de abertura de um ângulo em graus por meio de transferidor ou tecnologias digitais.

- EF08M33 – Construir procedimentos para medir grandezas que sejam determinadas pela relação de duas outras (como velocidade, densidade, etc) e utilizá-los para resolver problemas.

- EF09M26- Investigar a relação existente entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro. (São Paulo, 2018, p.85-122).

Se o professor fizer um exercício buscando identificar as ideias fundamentais da Matemática no Currículo da Cidade, certamente vai encontrar uma ligação muito estreita entre os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento e as ideias fundamentais. Isso permitirá maior compreensão do Currículo da Cidade como um todo que permeia o ensino de Matemática durante todo o Ensino Fundamental.

Foto: Daniel Cunha / FOVE / CM / COPED / SME

Tipos de raciocínio matemático e ideias fundamentais

Neste texto, discutiremos alguns tipos de raciocínio presentes no Currículo da Cidade relacionando-os a algumas ideias fundamentais da Matemática e aos processos matemáticos ligados a esses tipos de raciocínio. Essa discussão possibilita vislumbrar uma articulação coerente do currículo de Matemática ao longo da escolaridade.

Para iniciar, cabe retomar a diferença entre pensamento e raciocínio. O raciocínio é limitado apenas à produção de pensamento consciente, por exemplo, a utilização da lógica. Já o pensamento nem sempre é lógico e nem sempre é consciente. Há autores que não fazem essa distinção e usam raciocínio como sinônimo de pensamento. Neste texto, em alguns casos, também usaremos os dois termos como sinônimos.

Raciocínio estatístico

O raciocínio estatístico contribui para o desenvolvimento de uma visão crítica dos acontecimentos, do fazer previsões e tomar decisões que influenciam a vida pessoal e coletiva.

Wodewotzki et al. (2010) fazem uma diferença entre raciocínio estatístico e pensamento estatístico. Segundo esses autores, o raciocínio estatístico envolve a interpretação e a representação de dados em gráficos e tabelas.

Cabe destacar a importância da investigação, da coleta, da classificação e da organização de dados e de sua representação em gráficos e tabelas.

Para os referidos autores, o pensamento estatístico se manifesta quando os estudantes percebem que os resultados de uma pesquisa estatística indicam uma tendência e não uma certeza, interpretam os resultados e os exploram sob diferentes ângulos.

Em síntese, é possível afirmar que o pensamento estatístico só se desenvolverá se a situação envolver inferências e interpretações sob diferentes pontos de vista.

As ideias fundamentais da Matemática relacionadas ao raciocínio estatístico são: aproximação, no que se refere às médias; desvio padrão, de interdependência quando envolve gráficos de variáveis; de variação, quando se refere a crescimento, decrescimento, taxas, tipos de crescimento e decrescimento; e de aleatoriedade presente na estatística.

Os processos matemáticos envolvidos no raciocínio estatístico são: representação, comunicação, entre outros.

Se olharmos para os objetivos de desenvolvimento e aprendizagem no Currículo da Cidade encontramos, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, alguns que permitem desenvolver o raciocínio estatístico. Vejamos alguns exemplos apresentados para serem desenvolvidos no 1º ano:

- EF01M25 - Realizar pesquisas sobre preferências das crianças em relação a brinquedos, frutas, merendas, etc. e criar registros pessoais (desenhos e códigos) para organizar e comunicar os resultados encontrados.

- EF01M26 – Ler e comparar dados expressos em tabelas simples ou em gráficos de colunas simples.

- EF01M27 – Coletar dados de um acontecimento, organizá-los e representá-los em tabelas simples.

- EF01M28- Descrever oralmente situações apresentadas por meio de gráficos de colunas simples.(São Paulo, 2018, p.85-122)

Como é possível perceber, todas essas capacidades estão relacionadas ao raciocínio estatístico.

O documento Orientações Curriculares do Currículo da Cidade volume 2, nas páginas 107 a 114, trazem mais discussões sobre o raciocínio estatístico e

apresentam algumas situações de análise de gráficos que permitem perceber as nuances desse tipo de raciocínio.

Raciocínio combinatório e Raciocínio de contagem

O raciocínio combinatório envolve um modo de pensar específico de algumas situações cotidianas (a organização de equipes, de campeonatos esportivos, de cardápios etc.) ou mesmo diferentes áreas do conhecimento (Biologia, Química, Estatística, Ciências da Computação), entre outras em situações.

Esse tipo de raciocínio pressupõe a análise de situações nas quais é preciso averiguar determinados conjuntos e agrupar seus elementos de acordo com critérios de escolha e/ou ordenação dos elementos e determinar (direta ou indiretamente) o número total de agrupamentos possíveis.

Borba (2010) classifica os problemas de raciocínio combinatório em quatro significados diferentes: produto cartesiano[1], permutação, arranjo e combinação, os quais podem ser solucionados, dentre outras formas, por meio do Princípio Fundamental da Contagem.

O raciocínio combinatório se desenvolve durante um longo período de tempo, influenciado por vivências escolares e extraescolares relacionadas direta ou indiretamente às situações combinatórias.

O raciocínio de contagem está intimamente ligado ao raciocínio combinatório e se utiliza do Princípio Fundamental da Contagem, isto é, determinada atividade pode ser realizada em duas (ou mais) etapas independentes, ou seja, de m e n (ou outras) maneiras distintas, o total de possibilidades será dado pelo produto de m por n (m x n), se forem consideradas duas etapas.

As ideias matemáticas relacionadas aos raciocínios combinatório e de contagem são a de ordem, presentes nos problemas de combinatória; a de aleatoriedade, em problemas que envolvem contagem indireta; a de combinatória, presente em muitas situações cotidianas.

Com relação aos processos matemáticos, o raciocínio combinatório e o de contagem envolvem representações próprias, como o diagrama de árvore, além de tabelas, esquemas, a modelagem e a comunicação, no que se refere às discussões dos resultados envolvendo relações entre representações pictóricas, matemáticas e da linguagem natural.

1 A denominação de Borba não se adequa, pois o produto cartesiano envolve par ordenado e, nas situações de combinatória descritas pela autora, o par não precisa ser ordenado.

O desenvolvimento do raciocínio combinatório é evidenciado no Currículo da Cidade desde o Ciclo Interdisciplinar do Ensino Fundamental, no Eixo Números, com estratégias que vão se modificando ao longo da escolaridade no sentido de maior formalização na compreensão dos diversos significados da combinatória.

Vejamos alguns exemplos:

No quarto ano, ele surge no objetivo:

- EF04M10 – Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas com números naturais, compreendendo diferentes significados do campo aditivo (composição, transformação, comparação e composição de transformações) e do multiplicativo (proporcionalidade, configuração retangular e **combinatória**) e validar a adequação dos resultados por meio de estimativas e tecnologias digitais. (São Paulo, 2018, p.98)

A palavra **combinatória** é acompanhada de uma nota de rodapé que esclarece: problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo com determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma determinada coleção com todos os elementos de outra coleção.

Esse tipo de problema surge em objetivos nos anos posteriores e, a partir do 6º ano, há um objetivo específico que se refere ao princípio multiplicativo (princípio fundamental da contagem):

- EF06M07- . Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas simples envolvendo o princípio multiplicativo. (São Paulo, 2018, p. 106)

Cabe destacar que, nos Cadernos de Saberes, os significados de combinatória (produto cartesiano, permutação, arranjos, combinação) são trabalhados em vários anos da escolaridade com problemas que permitem explorar alguns conjuntos, agrupar seus elementos de acordo com critérios de escolha e/ou ordenação dos elementos e determinar (direta ou indiretamente) o número total de agrupamentos possíveis. Também há problemas que envolvem o princípio multiplicativo (princípio fundamental da contagem) permitindo o desenvolvimento do raciocínio de contagem.

No documento Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática, volume 2, nas páginas 114 a 126, há uma discussão mais detalhada sobre

o raciocínio combinatório e de contagem e exemplos de cada significado dos problemas apresentados por Borba.

Raciocínio proporcional

O raciocínio proporcional se encontra presente no estudo das "frações", nas razões e proporções, na semelhança de figuras, nas grandezas diretamente proporcionais, no estudo das funções do primeiro grau, e assim por diante. Ele está muito além do uso do algoritmo da "regra de três". O raciocínio proporcional se relaciona à habilidade de fazer análises conscientes da relação entre quantidades. Mas ele é usado intuitivamente por crianças e adultos em situações do dia a dia, por exemplo, se um mamão custa R$5,00, então 3 mamões custarão o triplo do preço de um.

Para Silvestre (2006), a escolha da estratégia de resolução de um problema que envolve o raciocínio proporcional parece que depende de alguns fatores, como o conhecimento do estudante sobre números e sua capacidade de interpretar e resolver problemas.

As ideias matemáticas relacionadas ao raciocínio proporcional são a de proporcionalidade, no que se refere à resolução de problemas que envolvem grandezas proporcionais e não proporcionais; semelhança; funções do 1º e do 2º graus; mapas e escalas; entre outros. A ideia de proporcionalidade, característica do raciocínio proporcional, perpassa por todo Ensino Fundamental e permite relações intramatemáticas e extramatemáticas, pois é bastante usada no cotidiano.

Cabe destacar, neste tipo de raciocínio, a importância dos contraexemplos envolvendo raciocínios não proporcionais para que os estudantes não achem que em Matemática e na vida cotidiana tudo é proporcional.

É possível perceber nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, em vários Eixos, como o de Números, de Geometria, de Álgebra, ao longo do Ensino Fundamental, a presença de elementos que indicam o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

No eixo de Números, a partir do 3º ano surgem os problemas do campo multiplicativo que ressaltam o significado de proporcionalidade:

- EF03M10 - Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas com números naturais, compreendendo diferentes significados do campo multiplicativo (proporcionalidade e configuração retangular)

e validar a adequação dos resultados por meio de estimativas e tecnologias digitais. (São Paulo, 2018, p.93)

Esse tipo de OBJETIVO envolvendo proporcionalidade se repete ao longo do Ensino Fundamental utilizando outros campos numéricos (racionais, inteiros e reais).

O raciocínio proporcional surge no Ciclo Interdisciplinar também nos problemas que abordam o cálculo de porcentagens, por meio de 10% e com investigações de relações de proporcionalidade (direta, indireta) ou não proporcionalidade:

- EF05M09 – Solucionar problemas envolvendo cálculo de 10%, 25%, 50%, 75% e 100% utilizando diferentes estratégias de resolução e associar 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente às representações fracionárias ou decimais de décima parte, quarta parte, metade, etc.

- EF06M15 – Investigar relações de proporcionalidade direta ou inversa ou de não proporcionalidade entre duas grandezas.

- Ainda neste ciclo, ele surge no eixo de Geometria com ampliação e redução de figuras:

- EF06M21 – Ampliar e reduzir polígonos com uso de malhas quadriculadas ou tecnologias digitais, verificando elementos ou propriedades que se alteram ou não. (São Paulo, 2018, p.85-122)

O raciocínio proporcional continua em destaque no Ciclo Autoral quando se destacam a variação de grandezas, o uso de escalas, entre outros:

- EF08M13 – Elaborar problemas que envolvem grandezas diretamente ou inversamente proporcionais e resolvê-los por meio de estratégias variadas.(São Paulo, 2018, p.115)

O documento Orientações Curriculares do Currículo da Cidade: Matemática apresenta um texto que envolve a ideia de proporcionalidade quando discute o campo multiplicativo, pois é um dos significados da multiplicação nas páginas 92-102, do volume 1.

Raciocínio algébrico

A Álgebra tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo de raciocínio, essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e em estruturas matemáticas, por meio de letras e símbolos. Envolve a aptidão para representar situações e padrões por meio de gráficos, tabelas, regras e equações, assim como para traduzir um problema por uma expressão, além de usar procedimentos algébricos em cálculos e fórmulas e na resolução de equações. Ser capaz de utilizar propriedades algébricas das operações na resolução de problemas constitui outro aspecto do raciocínio algébrico.

O pensamento algébrico é denominado por alguns autores como *Early Algebra* e caracteriza-se como o "processo pelo qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações por meio de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade" (Blanton; Kaput, 2005, p. 413). No pensamento algébrico, a notação usando letras é a convencional, mas a linguagem natural, diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos podem também ser usados para expressar essas ideias.

A capacidade de generalização pode ser alcançada a partir da exploração de tarefas em duas vertentes, com o objetivo do desenvolvimento do pensamento relacional e do pensamento funcional.

No pensamento relacional, a construção de generalizações ocorre a partir de relações numéricas e das operações aritméticas e suas propriedades, e ainda da noção de equivalência associada ao sinal de igual (=).

O pensamento funcional ocorre a partir do processo de construir, descrever e raciocinar sobre funções e envolve o pensamento algébrico por incluir o fazer generalizações a partir do estabelecimento de relações entre os dados.

As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a esse tipo de pensamento são a equivalência, no que se refere à manipulação algébrica para encontrar outras sentenças equivalentes; a variação entre duas variáveis em situações funcionais; a interdependência de grandezas e a proporcionalidade.

No que se refere aos processos matemáticos, o desenvolvimento do pensamento algébrico envolve a modelagem na resolução de problemas por meio de equações e sistemas, a linguagem natural e a linguagem matemática, o uso de simbologia própria, o estabelecimento de generalizações sintetizadas por sentenças matemáticas ou não.

O Currículo da Cidade apresenta o Eixo Álgebra desde o 1º ano do Ensino Fundamental. Os objetivos:

- EF01M15 – Investigar e descrever oralmente um padrão (ou uma regularidade) e identificar elementos ausentes em sequências recursivas, numéricas ou figurais – é um exemplo de objetivo relativo ao pensamento relacional da Álgebra.

- EF07M13 – Compreender a ideia de variável representada por letra ou símbolo para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a de incógnita – é um exemplo de objetivo relativo ao pensamento funcional da Álgebra. (São Paulo, 2018, p.85-122)

Outros objetivos permitem a manipulação algébrica como:

- EF09M11 – Construir procedimentos de cálculo para operar com rações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos. (São Paulo, 2018, p.119)

Também há objetivos que se referem ao uso das letras como incógnitas como:

- EF09M12 – Analisar, interpretar, formular e resolver problema que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus. (São Paulo, 2018, p.119)

Há objetivos que destacam o uso de linguagem natural, diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos para expressar ideias algébricas como o:

- EF09M13 – analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos. (São Paulo, 2018, p.119)

O documento Orientações Curriculares do Currículo da Cidade apresenta dois textos que discutem o ensino de Álgebra, o pensamento algébrico e alguns erros recorrentes de estudantes dos últimos anos do Ensino Fundamental nas páginas 153 a 155, do volume 1.

Raciocínio espacial

O raciocínio espacial, próprio da geometria, proporciona meios de compreender o mundo físico e de interpretar, modificar e antecipar transformações

relativas ao espaço e a objetos. Envolve a percepção, ou seja, o conhecimento do espaço ou objeto por meio de contato direto com ele e sua representação (evocação do espaço ou do objeto na sua ausência).

O pensamento espacial permite que as imagens mentais sejam sistematizadas levando em conta as características e propriedades dos objetos.

Uma das ideias matemáticas fundamentais vinculadas a esse tipo de pensamento é a de Representação, no que se refere à linguagem matemática, às figuras geométricas, às construções, às medidas, aos conceitos de simetria e de semelhança, às posições relativas, aos mapas, aos esquemas, entre outros. Outra é a ideia de Invariância, no que se refere ao estudo de regularidades, das classificações, dos poliedros e de padrões geométricos.

No que se refere aos processos, o pensamento espacial envolve a modelagem, a linguagem natural e geométrica, as argumentações, as deduções, as premissas e as conclusões.

O Currículo da Cidade propõe uma ampliação do raciocínio geométrico. No início da escolarização, as crianças usam seu corpo como referência e paulatinamente vão se distanciando dessa referência e usando outras. Os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento possibilitam a mudança de pontos de referência e a ampliação do raciocínio geométrico, como é possível perceber nos exemplos a seguir:

- EF01M17 – Indicar oralmente a posição que se encontra em sala de aula, utilizando termos que se referem à posição (direita, esquerda, em cima, embaixo) e representá-la por meio de desenhos.

- EF02M17 – Identificar e representar a movimentação de pessoas ou objetos no espaço escolar, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição e sentido.

- EF05M14 – Descrever, interpretar e representar a localização ou a movimentação de pontos no primeiro quadrante do plano cartesiano.

- EF0716 – Descrever, interpretar e representar a localização ou a movimentação de pontos do plano cartesiano utilizando coordenadas cartesianas. (São Paulo, 2018, p.85-122)

No documento Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática há alguns textos que discutem o ensino de geometria, o raciocínio geométrico e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Eles se encontram no volume 2, da página 35 até a 104.

Raciocínio temporal

O raciocínio temporal ou orientação temporal se refere essencialmente ao tempo. Envolve a compreensão de sucessões e períodos, considerando as mudanças que ocorrem ao longo dos anos. O raciocínio temporal envolve algumas etapas como a ordem e a sucessão, a percepção, a memória (antes durante e depois, agora), a ordem cronológica (o que vem primeiro).

Além disso, se considerarmos um intervalo de tempo é importante ter a percepção de como o tempo passa (rápido ou lento), e o tempo de duração de um evento. Outra percepção importante é a associação de eventos (o sol de dia, a lua à noite, as estações do ano, a semana, os dias da semana, os dias do mês, etc.).

O raciocínio temporal é um fator importante para a aquisição de leitura (CONDEMARIN, 1989) e também para a resolução e problemas do campo aditivo, principalmente os de transformação que requerem uma percepção de passagem de tempo.

Cabe destacar que o tempo relativo à hora e seus submúltiplos não se relaciona ao Sistema de Numeração Decimal, pertence a um sistema sexagesimal, o que se não for bem compreendido pelos estudantes pode acarretar dificuldades relativas ao raciocínio temporal.

Uma das ideias matemáticas fundamentais vinculadas a esse tipo de pensamento é a de equivalência, no que se refere a correspondências e classificações. Outra, é a de ordem, no que se refere a sequências e intervalos de tempo, crescimento e decrescimento.

No que se refere aos processos matemáticos, o raciocínio temporal envolve representações pictóricas ou não, a linguagem matemática e a linguagem natural.

Alguns Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento permitem o desenvolvimento do raciocínio temporal, por exemplo:

- EF03M26- Estabelecer relações entre unidades de tempo (dia, semana, mês, bimestre, trimestre, etc.) consultando o calendário.

- EF03M27 – Ler e registrar medidas de intervalo de tempo (horas e minutos) em relógios analógicos e digitais para informar início e termino de uma atividade. (São Paulo, 2018, p.95

O primeiro exemplo refere-se à memória (antes, durante e depois, agora), a ordem cronológica (o que vem primeiro) e as relações entre a quantidade de dias de uma semana e a quantidade de semanas no mês, entre outras relações, todas pertencentes ao sistema de numeração decimal.

O segundo exemplo é específico de intervalo de tempo e envolve medidas sexagesimais (base 60), ou seja, uma hora equivale a 60 minutos e 1 minuto equivale a 60 segundos.

No documento Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática há um texto que discute o ensino de grandezas e medidas, no volume 2, da página 11 até a 23.

Na organização curricular, todos os raciocínios citados devem estar coerentemente articulados nos nove anos do Ensino Fundamental. A ausência de uma articulação coerente não favorece a conexão entre ideias matemáticas, nem como elas interagem entre si e como elas podem ser aplicadas fora do contexto escolar ou em outros componentes curriculares.

Foto: Daniel Cunha / FOVE / CM / COPED / SME

Um Currículo em rede de significados: eixos estruturantes e eixos articuladores

Introdução

Muito se fala em currículo de Matemática e a ideia que surge ainda hoje é de um currículo linear. Esse tipo de currículo tem por base os pré-requisitos, a ideia de que se o estudante não souber determinado conteúdo não pode avançar em outros e que é preciso esgotar todas as nuances de um determinado conteúdo antes de prosseguir. A linearidade curricular vem sendo combatida por muitos estudos que propõem uma mudança de foco no ensino de Matemática. Há os que defendem o currículo em espiral, em que um determinado conteúdo é retomado em vários momentos sempre ampliando os conhecimentos sobre ele. Há os que defendem a ideia de rede de significados, inspirados em Pierre Lévy1, que discute a ideia de rede na internet usando a metáfora do hipertexto. Pires (2000), com base em Lévy, em seu livro "Currículos de Matemática: da organização linear à ideia de rede", afirma que as redes de significados, como estratégia para organização curricular, inspiram-se na associação do cérebro humano com o mundo de significações, ou seja, na ideia de que "conhecer" significa "conhecer o significado", o que se constrói individual e socialmente, por meio de relações que podem ser de natureza lógica, causal, correlacional e que se articulam em feixes, em redes.

O Currículo da Cidade: Matemática apresenta a ideia de rede de significados, baseado em estudos de Machado (2002, 2009) e Pires (2008).

Pires (2008) destaca a evolução de influências nos currículos de Mate-

1 Lévy é um filosofo e pesquisador das tecnologias da inteligência e nas suas pesquisas tem investigado as interações entre informação e sociedade. Mestre em História da Ciência e PhD em Comunicação e Sociologia e Ciências da Informação pela Universidade de Sorbonne, defende o uso do computador e da internet para a ampliação e a democratização do conhecimento humano.

mática desde a década de 1970, período da Matemática Moderna - MMM, em que salienta que o currículo do Estado de São Paulo sofreu influência desse movimento. Esse documento denominado Guia Curricular, foi proposto pela Secretaria Estadual de Educação de São Paulo com intenção de contribuir para a implementação das ideias do movimento MMM, destacando objetivos, conteúdos e metodologias, acompanhado de "treinamentos" aos professores para que se apropriassem da "linguagem dos conjuntos". Segundo a autora, esse modelo curricular pecava pelo excesso de Algebrismo e pelo abandono da Geometria. A autora conclui que o saldo positivo deste período foi a preocupação de tornar a aula de Matemática mais atraente com uso de jogos e de materiais didáticos (material dourado, blocos lógicos, escala Cuisinaire).

A partir da década de 1980 até o advento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), segundo Pires (2008), a tendência das propostas curriculares estaduais e municipais da época consideravam a integração dos temas trabalhados, indicando um viés interdisciplinar, e tentavam quebrar a linearidade predominante de conteúdos, propondo um currículo em espiral. A proposta defendia que o conteúdo deveria ser compreendido como veículo para o desenvolvimento de algumas ideias fundamentais articuladas, tendo em vista os dois grandes papéis da Matemática na escola: instrumentação para a vida e desenvolvimento do raciocínio. A Proposta Curricular do Estado de São Paulo (1990) estava organizada em três grandes eixos: Números, Geometria e Medidas.

Percebe-se nessa organização uma tentativa de chamar a atenção para o ensino de Geometria, destacando seus conteúdos e didáticas. Cabe destacar que o Eixo de Medidas era considerado um eixo articulador dos outros dois, mas não havia muitas indicações de como fazer essa articulação.

Em 1997, surge em nível federal os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, que tinham a finalidade de contribuir como referência para a organização curricular nos Estados e Municípios brasileiros. Para Pires (2008), os PCNs apresentam uma nova abordagem curricular. Segundo a autora "a construção do conhecimento não caminha mais em espiral, mas sim em formato de rede" (2008, p.28). A autora destaca que os PCNs apontam para a importância da construção de uma rede de significados, de estabelecer conexões entre os conteúdos, entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, suas relações com a vida diária e com os chamados temas transversais (temas sociais emergentes como meio ambiente, saúde, pluralidade cultural, ética, etc.). Os PCNs apontam ainda para o desenvolvimento de projetos utilizando a modelagem,

a etnomatemática, focalizando a interferência de aspectos culturais e sociais no currículo de Matemática, certamente uma grande inovação em relação às perspectivas dos currículos anteriores.

A partir das discussões sobre os PCNs, Estados e Municípios fizeram reorganizações curriculares. A Prefeitura de São Paulo, em 2007, elaborou, com base nos PCNs, o documento Orientações Curriculares e Proposição de Expectativas de Aprendizagem.

Em 2017, foi apresentada a Base Nacional Comum Curricular - BNCC, também no âmbito federal, que tinha como finalidade subsidiar organizações curriculares nos Estados e Municípios brasileiros. Em relação aos PCNs, houve uma mudança significativa com a BNCC, pois este documento não apresenta mais um caráter de referência ou de parâmetro, mas é normativo para que os Estados e Municípios organizem seus documentos curriculares.

A BNCC foi discutida na rede municipal de São Paulo, em sua segunda e terceira versões, para embasar a construção do Currículo da Cidade. A BNCC se difere dos PCNs, pois não apresenta orientações didáticas ao professor para que possa subsidiar o ensino. No caso da Matemática, sentimos falta da incorporação de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem deste componente que poderiam dar mais elementos para reflexão dos professores. Este documento não se posiciona a respeito da concepção de currículo, embora é possível perceber, na leitura das habilidades destacadas em cada ano de escolaridade, que tenta quebrar a linearidade tão presente na Matemática. Também não aponta para aspectos sociais e culturais, deixando para que cada região do país delimite suas expectativas.

O Currículo da Cidade assume a perspectiva de rede de conhecimentos na sua construção e aponta aspectos sociais, intelectuais e culturais nos Eixos Articuladores, dando uma nova visão ao currículo de Matemática.

Um pouco mais sobre rede de significados

O modelo da construção do conhecimento com base na metáfora da rede de significados torna-se apropriado para a compreensão dessa trama de relações que se estabelece entre os diferentes significados de um objeto. Segundo Machado (2002), os pressupostos desse modelo são:

> 1. Compreender é apreender o significado;
>
> 2. Apreender o significado de um objeto (ou acontecimentos) é vê-lo em suas relações com outros objetos (ou acontecimentos);
>
> 3. Os significados se constituem feixes de relações;
>
> 4. As relações entretecem-se, articulam-se em teias e em permanente estado de atualização;
>
> 5. Em ambos os níveis (social e individual) a ideia de conhecer assemelha-se à ideia de enredar. (MACHADO, 2002, p, 138).

O autor destaca que não há um único percurso nessa rede. Segundo ele, ao planejar um curso ou uma sequência de ensino, o professor organiza um percurso sobre essa imensa teia, ordenando os passos, encadeando significações.

Da mesma forma, não podemos pensar em um único contexto a ser explorado no ensino de um determinado conceito. Há entre contextos e percursos uma ligação estreita, mas é possível construir vários percursos a partir de um mesmo contexto, ou usar diferentes contextos na realização de um determinado percurso na rede.

Eixos estruturantes e articuladores

No Currículo da Cidade, os Eixos Estruturantes foram definidos em função da natureza e das especificidades da área e cada eixo utiliza a mesma nomenclatura da BNCC: Números, Grandezas e Medidas, Álgebra, Probabilidade e Estatística, Geometria.

No Eixo Números, o Currículo da Cidade enfatiza o trabalho com o senso numérico desde os anos iniciais, no sentido de conhecer significados, representações, relações numéricas e propriedades. Destaca, ainda, que este eixo permite desenvolver algumas ideias fundamentais da Matemática, como aproximação, representação, ordem, proporcionalidade, entre outras.

No Eixo Geometria, o Currículo da Cidade propõe o estudo de relações espaciais e das figuras geométricas planas e espaciais, elementos, relações e características. O documento indica que o Eixo Geometria permite o desenvolvimento de várias competências, como visualização, comunicação, argumentação, validação. Possibilita também desenvolver algumas ideias fundamentais da Matemática, como equivalência, representação, entre outras.

No Eixo Grandezas e Medidas, o documento destaca o conceito de medida e a forma de trabalho, sem se ater a reduções de unidades de medida sem significado. Possibilita ainda desenvolver algumas ideias fundamentais da Ma-

temática, como variação, aproximação, representação, equivalência, proporcionalidade, entre outras.

No Eixo Probabilidade e Estatística, o documento destaca a importância da pesquisa no mundo atual e propõe que os estudantes façam pesquisas, vivenciando todas as etapas e usando gráficos e tabelas na apresentação de resultados. Aponta, ainda, para a análise de eventos aleatórios, identificando suas características. Este eixo permite desenvolver algumas ideias fundamentais da Matemática, como variação, interdependência, ordem, representação, equivalência, entre outras.

No Eixo Álgebra, o Currículo da Cidade destaca a importância de se desenvolver o pensamento algébrico usando uma variedade de representações e linguagens matemáticas. Algumas ideias fundamentais da Matemática, como representações, equivalências, proporcionalidade, variação, interdependência, entre outras, podem ser desenvolvidas neste eixo.

Saiba mais sobre os *Eixos Estruturantes* lendo o Currículo da Cidade: Matemática, páginas 77 e 78.

O documento apresenta uma inovação em termos de currículo ao propor os Eixos Articuladores que permitem estabelecer relações tanto intra (entre os vários eixos estruturantes) como extramatemáticas (da Matemática com outras áreas do conhecimento). Esses eixos permitem aos estudantes vivenciarem situações escolares ou extraescolares contribuindo para a formação de sua personalidade, sua identidade como cidadão crítico e responsável cooperando com sua formação integral.

Os Eixos Articuladores foram ancorados na Matriz de Saberes do documento curricular da SME e no documento Educação Para os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, publicado na Agenda 2030 da UNESCO.

Os desdobramentos dos Eixos Articuladores resultam em Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento envolvendo aspectos da Matemática e problemas sociais urgentes e culturais. No Currículo da Cidade foram propostos três eixos articuladores: Jogos e brincadeiras, processos matemáticos e conexões extramatemática. Esses eixos são certamente uma inovação curricular no Brasil e podem contribuir para a formação do indivíduo, e ser complementados com temas locais, relevantes para a comunidade.

No Eixo Jogos e Brincadeiras são propostos jogos considerados ao mesmo tempo objetos de conhecimento e estratégias de aprendizagem ao longo do Ensino Fundamental, pois são potencialmente ricos para o desenvolvimento do raciocínio, de estratégias, de comunicação, de argumentação possibilitando a formação do estudante.

O Eixo Processos Matemáticos apresenta articulações com outros Eixos e aborda processos básicos do "fazer matemática", a resolução de problemas, as investigações, a modelagem. São processos ricos para o desenvolvimento do raciocínio, das representações, da comunicação, da argumentação, da generalização, viabilizando a abordagem de uma gama de conceitos e procedimentos matemáticos.

Saiba mais sobre os *Eixos Articuladores* lendo o Currículo da Cidade: Matemática, páginas 78 a 81.

No Eixo Conexões Extramatemática, o Currículo da Cidade propõe conexões da Matemática com temas sociais urgentes, com temas culturais. Visa à aprendizagem e ao desenvolvimento integral do estudante, permitindo a superação da fragmentação do conhecimento e as possíveis aplicações da Matemática na vida real, proporcionando o protagonismo do estudante em situações reais e a importância de um contexto significativo para sua aprendizagem.

A presença dos ODS no Currículo da Cidade

Em 2015, a Assembleia Geral da ONU apresentou a denominada Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável. Essa agenda traz os 17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável – ODS que tem a finalidade de garantir uma vida sustentável, pacífica, próspera e equitativa na Terra para todos, agora e não no futuro.

Esses objetivos abordam uma gama de temas sociais, incluindo Educação, Saúde, Proteção e oportunidades de Emprego, e ainda temas que permitem combater a fome, discutir mudanças climáticas e proteção ambiental.

Os ODS abordam as principais barreiras sistêmicas para o Desenvolvimento Sustentável, como a desigualdade, os padrões de consumo insustentáveis, a falta de capacidade institucional, a degradação ambiental.

Os objetivos só podem ser alcançados se governos, setor privado, sociedade civil e todos os indivíduos assumirem sua responsabilidade e estabelecerem Marcos, Políticas e Medidas para a Implementação da Agenda 2030.

O Currículo da Cidade incorporou os ODS em todas as áreas do conhecimento com a finalidade de colaborar para a consecução desses objetivos nas escolas da rede, contribuindo, assim, para a superação dos problemas crônicos de nossa sociedade.

O foco do Currículo da Cidade: Matemática, na abordagem dos ODS é proporcionar uma transformação na forma de pensar e agir dos estudantes, desenvolvendo conhecimentos, habilidades, valores e atitudes que permitirão sua contribuição para o desenvolvimento sustentável. Assim, no referido currículo,

os ODS não se limitam a integrar alguns temas como o consumo sustentável, mas permitem criar contextos de ensino e aprendizagem significativos, interativos e centrados no estudante. Eles são incluídos no currículo, orientando os estudantes para a ação transformadora que apoie a autoaprendizagem, a participação e colaboração na sociedade; uma orientação para a solução de problemas, estabelecendo relações extramatemática e conexões entre aprendizagem formal e informal. Essas abordagens pedagógicas tornarão possível o desenvolvimento dos focos necessários para promover o desenvolvimento sustentável.

A educação é crucial para uma consecução do desenvolvimento sustentável, mas a escola deve ser responsável pelos estudantes a tomar decisões informadas e adotar ações responsáveis para assegurar uma sociedade justa para o presente e futuro.

No Currículo da Cidade, ao longo das tabelas dos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, você vai encontrar os ícones dos ODS possíveis de serem abordados no objetivo. Claro que o professor tem autonomia para abordar da forma que for mais confortável esses objetivos. Além disso, no Eixo Articulador: Conexões extramatemática há indicações de elaboração de projetos com foco em algum dos ODS em todos os anos da escolaridade, a partir do primeiro ano. Esse enfoque oportuniza a consecução de uma das metas da Agenda 2030 relativa ao desenvolvimento dos ODS no mundo todo e por todas as pessoas, adequando-se as idades das crianças e jovens no desenvolvimento dos projetos.

Saiba mais sobre os ODS no documento Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática, volume 1, páginas 23 a 36.

Você pode se inteirar sobre a Agenda 2030 lendo o documento Educação para os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, na internet, no endereço *https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000252197*.

Exemplos de pequenas redes de significados e alguns percursos possíveis

Na construção do Currículo da Cidade, há interligações entre os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento tanto no mesmo Eixo como em Eixos diferentes (estruturantes e/ou articuladores). Essas interligações dão pistas para percursos na rede de significados de um determinado objeto do conhecimento abordado nesses objetivos.

Vejamos alguns exemplos de redes de significados e percursos possíveis explorando alguns **objetivos do sexto ano**. Os objetivos selecionados são os seguintes:

No Eixo Geometria serão explorados os objetivos:

- EF06M19 – Explorar posições relativas entre duas retas (paralelas, concorrentes e perpendiculares|);

- EF06M20 – Explorar quadriláteros identificando posições relativas entre seus lados (perpendiculares e paralelos) utilizando instrumentos como régua, esquadro ou softwares;

- EF06M21 – Ampliar e reduzir polígonos com uso de malhas quadriculadas, ou tecnologias digitais, verificando elementos e propriedades que se alteram ou não;

- EF06M22 – Compor ou decompor figuras planas em malhas quadriculadas, identificando relações entre superfícies, inclusive equivalências. (São Paulo, 2018, p.107)

No Eixo Grandezas e Medidas serão explorados os objetivos:

- EF06M34- Solucionar e elaborar problemas que envolvem o cálculo de perímetro de figuras planas;

- EF06M35 – Investigar um procedimento que permita o cálculo de área de retângulos desenhados em malhas quadriculadas, expressando-o por uma fórmula e utilizando-a para resolver problemas. (São Paulo, 2018, p.108)

No Eixo Conexões Extramatemáticas será explorado o objetivo EF06M38 – Desenvolver um projeto que explore conceitos e relações matemáticas analisando sua presença na cultura africana.

Esse último objetivo está relacionado a três ODS:

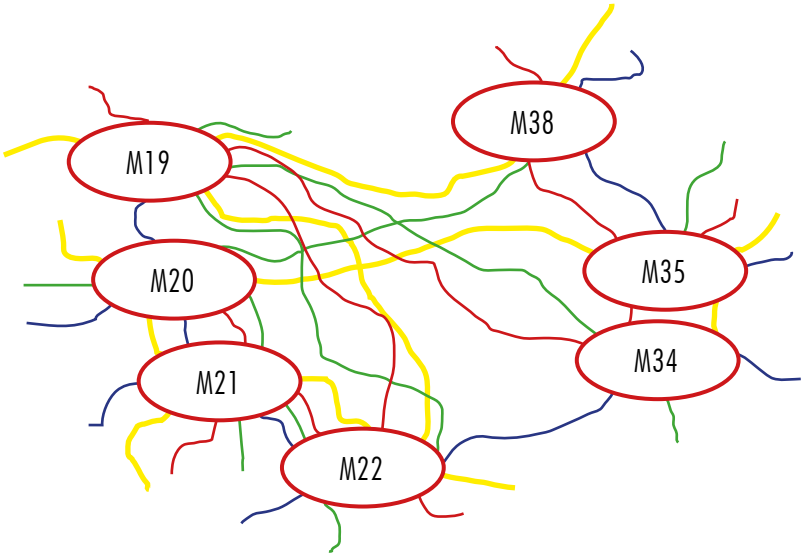
- 4 – Educação de qualidade (assegurar a educação inclusiva e equitativa de qualidade e promover oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos);

- 10 – Redução das desigualdades (reduzir as desigualdades dentro dos países e entre eles);

- 11 – Cidades e Comunidades Sustentáveis (tornar a cidades e os assentamentos humanos inclusivos, seguros, resilientes e sustentáveis).

A realização do projeto proposto pode permitir ao professor fazer discussões sobre a importância da educação para todos, inclusiva, equitativa e de qualidade, sem discriminação de raça ou gênero. Esse tipo de discussão vai permitir a redução das desigualdades entre estudantes de raças diferentes e a construção de uma comunidade escolar inclusiva, mais segura, menos excludente.

A seguir, apresentamos uma possível rede de significados envolvendo os objetivos citados e alguns possíveis percursos. O professor, leitor deste texto, pode fazer um exercício ampliando ou modificando essa rede e propondo outros percursos.... Experimente ....



Essa rede proporciona uma série de percursos, por exemplo:

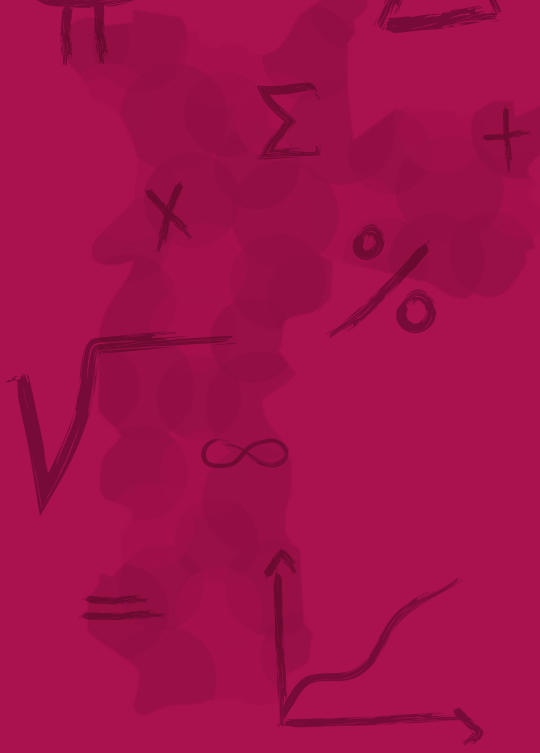
- Partir do (M19), explorar o paralelismo e perpendicularismo, passar ao (M20) e explorar essas relações em quadriláteros, passar para explorações de ampliação e redução dessas figuras (M21), além de sua composição e decomposição (M22). Depois, explorar perímetros e áreas (M34 e M35) e, por último, (M38), com um projeto em que se explore ornamentos ou artesanatos africanos para que os estudantes possam aplicar seus conhecimentos sobre quadriláteros.

- Partir do M20 e explorar quadriláteros, passar para ampliação e redução dessa figura (M21), além de sua composição e decomposição (M22). Depois explorar M19 considerando o paralelismo e perpendicularismo, os perímetros e áreas (M 34 e M35) e por último M38, com um projeto em que se explore ornamentos ou artesanatos africanos para que os estudantes possam aplicar seus conhecimentos sobre quadriláteros.

- Partir das áreas e perímetros dos quadriláteros (M34 e M35), depois explorar M20 e explorar essa figura, passar para ampliação e redução (M21), além de composição e decomposição de quadriláteros (M22). Depois explorar (M19) considerando o paralelismo e perpendicularismo e, por último (M38), com um projeto em que explore ornamentos ou artesanatos africanos para que os estudantes possam aplicar seus conhecimentos sobre quadriláteros.

- Iniciar pelo projeto (M38) explorando ornamentos ou artesanatos africanos envolvendo quadriláteros e aprofundar os conhecimentos sobre essas figuras (M20), (M21), (M22), depois suas relações com paralelismo e perpendicularismo M19 e os cálculos de medidas de área e perímetro (M34) e (M35).

Enfim, esses são só alguns exemplos de percurso para essa pequena rede. Cada professor pode fazer o seu, priorizando as aprendizagens de seus estudantes, os contextos e suas metas.



Referências

ALBUQUERQUE, C.; VELOSO, E. ROCHA, I.; SANTOS, L. SERRAZINA, L.; NAPOLES, S. **A Matemática na formação inicial de professores.** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** ensino fundamental: (5ª a 8ª série): matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional para Alfabetização na Idade Certa.** Caderno 2. Brasília, DF: MEC, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

GRUPO DE TRABALHO E INVESTIGAÇÃO – GT1. **O professor e o programa de matemática do ensino básico.** Lisboa: Associação dos Professores de Matemática - APM, 2010.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412–446, nov. 2005.

BORBA, R. O raciocínio combinatório na educação básica. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 10., 2010, Salvador. **Anais**[...]. Salvador, 2010.

CONDEMARIN, M. **Maturidade escolar:** manual de avaliação e desenvolvimento das funções básicas para o aprendizado escolar. 2. ed. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1989.

CURI, E. **A Matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005.

CURI, E; NASCIMENTO, J. C. P. **Educação matemática:** grupos colaborativos, mitos e práticas. São Paulo: Terracota, 2013.

CURI, E; VECE, J. P. (org.). **Relações espaciais:** práticas educativas de professoras que ensinam Matemática. São Paulo: Terracota, 2014.

D' AMBROSIO, U.; MACHADO, N. J.; ARANTES, V. A. **Ensino de Matemática:** pontos e contrapontos. São Paulo: Summus, 2014. Disponível em: https://books.google.com.br/books?isbn=853230978X. Acesso em: 18 mar. 2019.

FONSECA, M. C. F. R. **Letramento no Brasil:** habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

GÓMEZ-CHACÓN, I. **Matemática emocional:** os afetos na aprendizagem matemática. Tradução Daisy Vaz de Moraes; Katia Cristina Stocco Smole. Porto Alegre: Artmed, 2003.

KAPUT, J. What is algebra? What is algebraic reasoning?. *In:* KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Ed.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5-17.

MACHADO, N. J. **Educação, projetos e valores.** São Paulo. Escrituras: 2002.

MACHADO, N. J. **Educação, competência e qualidade.** São Paulo: Escrituras, 2009.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna:** análise de uma impregnação mútua. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MOVIMENTO PELA BASE. **Guia de referência para o planejamento e redação de objetivos de aprendizagem.** São Paulo, 2017. Disponível em: http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2017/03/Guia-de-Refer%C3%AAncia-para-reda%C3%A7%C3%A3o-de-objetivos-de-aprendizagem.pdf. Acesso em: 19 abr. 2019.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 65-74, jul./dez. 1996.

PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática:** da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

PIRES, C. M. C. Educação matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **BOLEMA**, Rio Claro: UNESP, v. 21, n. 29, 2008.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade:** Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/COPED, 2017.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Orientações Didáticas do Currículo da Cidade:** Matemática: volume 1. São Paulo: SME/COPED, 2018.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Orientações Didáticas do Currículo da Cidade:** Matemática: volume 2. São Paulo: SME/COPED, 2018.

UNESCO. **Educação para os objetivos de desenvolvimento sustentável:** objetivos de aprendizagem. Brasília: UNESCO, 2017.

WODEWOTZKI, M. L. L. JACOBINI, O. R., CAMPOS, C. R.; FERREIRA, D. H. L. Temas contemporâneos nas aulas de estatística: um caminho para combinar aprendizagem e reflexões políticas. *In*: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOUD, S. A. (org.). **Estudos e reflexões em educação estatística.** Campinas: Mercado de letras, 2010.

CIDADE DE
SÃO PAULO
EDUCAÇÃO

UNESCO
Organização
das Nações Unidas
para a Educação,
a Ciência e a Cultura

Cooperação
Representação
no Brasil